

1. Immaginiamo che venga scoperto un pianeta che ruota attorno al Sole a una distanza doppia di quella della Terra. Che periodo di rivoluzione dovrebbe avere quel pianeta?

Per la terza legge di Keplero, il rapporto tra il cubo del semiasse maggiore dell'orbita e il quadrato del periodo di rivoluzione è lo stesso per tutti i pianeti, perciò:

$$\frac{R_T^3}{T_T^2} = \frac{(2R)^3}{T^2}$$

Possiamo quindi ricavare il nuovo periodo T, conoscendo il periodo della Terra:

$$T^2 = \frac{8R^3}{R_T^3} T_T^2 \Rightarrow T = T_T \sqrt{8} = 2\sqrt{2} T_T$$

Ovvero il periodo sarà di **1032** giorni, ovvero  **$8,9 \cdot 10^7$  s**.

2. Calcola la forza dovuta all'attrazione gravitazionale che si esercita tra due sfere di piombo di 10 cm di raggio e massa pari a 47,5 kg poste alla distanza di 1,0 m l'una dall'altra.

Applichiamo la legge di gravitazione:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} N \frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{(47,5 kg)^2}{(1,0 m)^2} = 1,5 \cdot 10^{-7} N$$

3. Dario sale i gradini di una scala mobile, che a sua volta sale alla velocità di 0,60 m/s. La scala mobile è lunga 18 m e Dario impiega 9,0 s a salire dal piano inferiore a quello superiore. Con quale velocità Dario sale lungo la scala mobile?

Considerato che Dario impiega 9,0 s a percorrere 18 m, la sua velocità sarà 2,0 m/s, perché:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18 m}{9,0 s} = 2,0 m/s$$

Siccome la scala mobile ha già una sua velocità di 0,60 m/s e siccome la velocità complessiva è data dalla somma della velocità di Dario e della velocità della scala, otteniamo:

$$v_D = v - v_s = 2,0 m/s - 0,60 m/s = 1,4 m/s$$

4. Luca sta nuotando lentamente in piscina mentre vede Federica venirgli incontro, nella corsia accanto, alla velocità di 1,8 m/s. Quando Federica raggiunge il bordo della piscina, inverte il suo moto mantenendo il modulo della velocità costante e poi sorpassa Luca, che la vede passare alla velocità di 0,80 m/s. Durante tutto questo tempo Luca ha mantenuto la sua velocità costante. Quali sono, in modulo, le velocità di Luca e Federica?

Nel primo caso le due velocità hanno verso opposto, perciò si sommano, mentre nel secondo caso, avendo stesso verso si sottraggono:

$$\begin{cases} v_F = 1,8 m/s + v_L \\ v_F = 0,80 m/s - v_L \end{cases} \Rightarrow 2 v_F = 1,8 m/s + 0,80 m/s \Rightarrow v_F = 1,3 m/s$$

$$v_L = v_F - 1,8 m/s = -0,50 m/s \text{ che in modulo è } 0,50 m/s.$$

5. Un modellino radiocomandato di aereo percorre una traiettoria circolare di raggio 36 m alla velocità di 18 m/s, quando viene sottoposto per 6,5 s all'accelerazione tangenziale di 1,3 m/s<sup>2</sup>. Calcola l'accelerazione angolare. Calcola quanti giri percorre durante la fase di accelerazione.

$$\alpha = \frac{a_t}{r} = \frac{1,3 \text{ m/s}^2}{36 \text{ m}} = 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ rad/s}^2$$

$$\vartheta = \frac{v_o}{r} t + \frac{1}{2} \frac{a_t}{r} t^2 = 4,01 \text{ rad} = 0,64 \text{ giri}$$

6. Un cilindro avente un momento d'inerzia pari a 14 kg m<sup>2</sup> ruota alla velocità di 12 rad/s. Determina l'energia cinetica del cilindro.

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

7. Quando un pattinatore sul ghiaccio comincia a ruotare su se stesso, la sua velocità angolare è di 3,17 rad/s. Dopo aver avvicinato le braccia al corpo, la sua velocità angolare aumenta a 5,46 rad/s. Calcola il rapporto fra il momento d'inerzia finale e il momento d'inerzia iniziale del pattinatore.

Per la conservazione del momento angolare:

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f \quad \Rightarrow \quad \frac{I_f}{I_i} = \frac{\omega_i}{\omega_f} = \frac{3,17}{5,46} = 0,581$$

8. Un momento torcente di 0,97 N m è applicato alla ruota di una bicicletta di raggio 35 cm e di massa 0,75 kg. Trattando la ruota come se fosse un anello, determina la sua accelerazione angolare.

A partire dalla seconda legge di Newton per il moto rotazionale, ricavo l'accelerazione angolare:

$$M = I \alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{M}{I} = \frac{M}{mR^2} = \frac{0,97 \text{ Nm}}{(0,35 \text{ m})^2 \cdot 0,75 \text{ kg}} = 11 \text{ rad/s}^2$$

9. Il liquido contenuto all'interno di un serbatoio fuoriesce alla velocità di 8,2 m/s da un foro praticato vicino alla base del serbatoio. A che distanza dalla superficie libera del liquido si trova il foro?

Per la legge di Torricelli:

$$v = \sqrt{2gh} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v^2}{2g} = 3,4 \text{ m}$$

10. Sotto l'effetto di una pressione di 200 kPa, in un tubo orizzontale scorre acqua alla velocità di 3,00 m/s. Il tubo si restringe a metà del suo diametro iniziale. Calcola la velocità della corrente fluida nella sezione stretta. Calcola la pressione nella sezione stretta.

Parto dall'equazione di continuità:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{v_1 S_1}{S_2} = \frac{v_1 \pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}{\pi \left(\frac{d_1}{4}\right)^2} = 4v_1 = \mathbf{12,0 \text{ m/s}}$$

Per determinare la pressione, applico l'equazione di Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad \Rightarrow \quad p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \frac{1}{2} \rho v_2^2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - 16 v_1^2) = \mathbf{133 \text{ kPa}}$$