

Risolvi le seguenti equazioni:

$$1. (4x - 2) 5x + 3 \{2x - [3x + 4(2x + 1)^2 - (8x + 2)(2x - 1)] + x + 20\} - 20x^2 = 0$$

$$20x^2 - 10x + 3 [2x - (3x + 16x^2 + 16x + 4 - 16x^2 + 8x - 4x + 2) + x + 20] - 20x^2 = 0$$

$$-10x + 3(2x - 23x - 6 + x + 20) = 0$$

$$-10x - 60x + 42 = 0 \quad -70x = -42 \quad x = \frac{3}{5}$$

$$2. \frac{1}{2} \left[ \left(x + \frac{1}{2}\right)^3 - \left(x^3 + \frac{1}{8}\right) - \frac{3}{2}x \left(x + \frac{1}{2}\right) \right] x + 5 = 5$$

$$\frac{1}{2} \left[ x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} - x^3 - \frac{1}{8} - \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{4}x \right] x + 5 = 5$$

$$0x = 0 \quad \text{equazione indeterminata}$$

$$3. 3x^2 - 8x + 5 = 0$$

$$3x^2 - 3x - 5x + 5 = 0$$

$$3x(x - 1) - 5(x - 1) = 0$$

$$(x - 1)(3x - 5) = 0 \quad x = 1 \vee x = \frac{5}{3}$$

$$4. \frac{x+4}{x-3} + \frac{7}{3-x} = 0$$

$$\frac{x+4}{x-3} - \frac{7}{x-3} = 0 \quad \text{C.A.: } x \neq 3$$

$$x + 4 - 7 = 0 \quad x = 3 \text{ non accettabile per le C.A.} \Rightarrow \text{equazione impossibile}$$

$$5. \frac{2x}{4x^2 - 6x + 9} + \frac{1}{8x^3 + 27} = \frac{1}{2x + 3}$$

$$\frac{2x}{4x^2 - 6x + 9} + \frac{1}{(2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)} - \frac{1}{2x + 3} = 0 \quad \text{C.A.: } x \neq -\frac{3}{2}$$

$$2x(2x + 3) + 1 - (4x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$4x^2 + 6x + 1 - 4x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$12x = 8 \quad x = \frac{2}{3}$$

$$6. \quad -2ax - \frac{1}{4}(x - a) = -x + (1 - 2a)(1 + 2a) + \frac{1}{4}(a - x)$$

$$-2ax - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}a = -x + 1 - 4a^2 + \frac{1}{4}a - \frac{1}{4}x$$

$$-2ax + x = 1 - 4a^2$$

$$x(1 - 2a) = (1 - 2a)(1 + 2a)$$

$$\text{Se } a = \frac{1}{2} \quad \text{equazione indeterminata}$$

$$\text{Se } a \neq \frac{1}{2} \quad x = 1 + 2a$$

$$7. \quad (a - 1)x = b - 2$$

$$\text{Se } a = 1 \wedge b = 2 \quad \text{equazione indeterminata}$$

$$\text{Se } a = 1 \wedge b \neq 2 \quad \text{equazione impossibile}$$

$$\text{Se } a \neq 1 \quad x = \frac{b - 2}{a - 1}$$

$$8. \quad \frac{x-2}{3} + \frac{x+2}{a} = \frac{1}{a} + \frac{1}{3}$$

$$ax - 2a + 3x + 6 = 3 + a \quad \text{C.E.: } a \neq 0$$

$$x(a + 3) = 3a - 3$$

$$\text{Se } a = 0 \quad \text{l'equazione perde significato}$$

$$\text{Se } a = 3 \quad \text{equazione impossibile}$$

$$\text{Se } a \neq 0 \wedge a \neq 3 \quad x = \frac{3a - 3}{a + 3}$$

$$9. \quad \text{Dati i polinomi: } p(x) = 2(x - 3) + x \quad q(x) = -3[5x - (2x - 1)]$$

a. Determina per quali valori di  $x$  essi sono uguali.

b. Determina per quali valori di  $x$  il polinomio  $p(x)$  è il doppio del polinomio  $q(x)$ .

a. Risolviamo l'equazione:  $p(x) = q(x)$

$$2(x - 3) + x = -3[5x - (2x - 1)]$$

$$2x - 6 + x = -3(5x - 2x + 1)$$

$$3x - 6 = -9x - 3$$

$$12x = 3 \quad x = \frac{1}{4}$$

b. Risolviamo l'equazione:  $p(x) = 2q(x)$

$$2(x - 3) + x = -6[5x - (2x - 1)]$$

$$2x - 6 + x = -6(5x - 2x + 1)$$

$$3x - 6 = -18x - 6$$

$$21x = 0 \quad x = 0$$

10. È dato il triangolo isoscele ABC, di base BC. Prolunga, oltre il vertice A, i due lati congruenti BA e CA e sui prolungamenti individua due punti D e E in modo che il segmento AE sia congruente al segmento AD. Congiungi B con D e C con E. Dimostra che i segmenti BD e CE sono congruenti.

Ipotesi  $AB \cong AC$   
 $C, A, D$  allineati  
 $B, A, E$  allineati  
 $AD \cong AE$

Tesi  $BD \cong CE$

Dimostrazione:

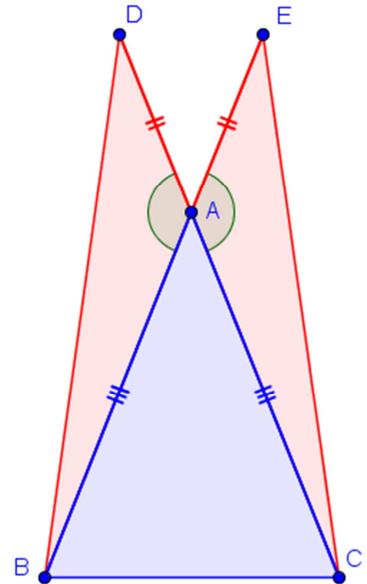
Consideriamo i triangoli BAD e CAE. Essi hanno:

$AB \cong AC$  per ipotesi  
 $AD \cong AE$  per ipotesi  
 $\hat{B}AD \cong \hat{C}AE$  perché angoli opposti al vertice

⇒ I due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza.

⇒  $BD \cong CE$  perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.

c.v.d.



Risolvi i seguenti problemi tramite equazioni:

11. Il quadrato di un numero, aumentato di 4, equivale al prodotto tra il numero e il suo precedente, aumentato di 7. Determina il numero.

$$x^2 + 4 = x(x - 1) + 7$$

$$x^2 + 4 = x^2 - x + 7$$

$$x = 3$$

12. La somma delle età di Sara, Elisa e Silvia è 45. Sapendo che Sara ha 3 anni in più di Elisa e che Silvia ha  $\frac{2}{3}$  degli anni di Sara, determina le loro età.

Età di Elisa:  $x$   
 Età di Sara:  $3 + x$   
 Età di Silvia:  $\frac{2}{3}(3 + x)$

$$x + 3 + x + \frac{2}{3}(3 + x) = 45$$

$$2x + 3 + 2 + \frac{2}{3}x = 45$$

$$\frac{8}{3}x = 40 \quad x = 15$$

Elisa ha 15 anni, Sara 18 anni e Silvia 12 anni.

13. In un numero di due cifre la cifra delle decine supera di 1 quella delle unità; dividendo il numero per la somma delle cifre si ottiene per quoziente 6 e per resto 2. Trova il numero.

Avendo indicato con  $x$  la cifra delle unità e con  $x + 1$  quella delle decine, il numero da determinare è:

$$10(x + 1) + x = 11x + 10$$

$$2 + 6(x + 1 + x) = 11x + 10$$

$$2 + 12x + 6 = 11x + 10$$

$$x = 2$$

Il numero dato è: **32**