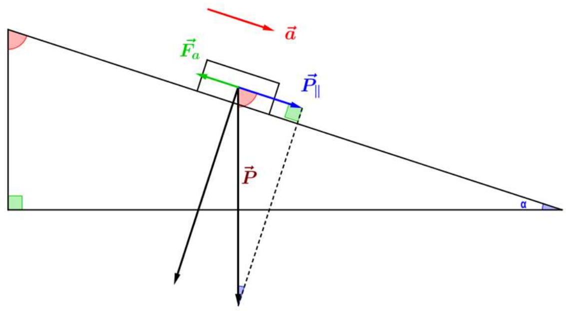
1. Un blocco parte dalla sommità di un piano, inclinato di 18° verso il basso, con una velocità iniziale di 0,70 m/s. Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico è 0,11 e che il blocco giunge alla base del piano inclinato dopo 1,6 s, qual è la lunghezza del piano?

$$\alpha = 18° \qquad v_o = 0{,}70\ m/s \qquad \mu = 0{,}11 \qquad t = 1{,}6\ s \qquad L?$$

Dal diagramma delle forze rappresentato a lato, otteniamo:



$$P_{\parallel} - F_a = ma$$
$$mg\ sen\alpha - mg\mu\cos\alpha = ma$$
$$a = g\ (sen\ \alpha - \mu\cos\alpha)$$

Dalla legge oraria del moto uniformemente accelerato:

$$L = v_o t + \frac{1}{2}at^2 = v_o t + \frac{1}{2}g\ (sen\ \alpha - \mu\cos\alpha)\ t^2 = \mathbf{3{,}7\ m}$$

2. Le ruote di un trenino elettrico di massa 1,2 kg hanno un diametro di 1,4 cm e ruotano compiendo 10 giri al secondo. Il trenino percorre una pista e dopo un tratto rettilineo affronta una curva circolare, di raggio 86 cm, mantenendo la velocità costante in modulo. Calcola la forza centripeta sul treno in curva.

$$m = 1{,}2\ kg \qquad d = 1{,}4\ cm \qquad f = 10\ Hz \qquad R = 86\ cm \qquad v = cost. \qquad F_c?$$

Determino la velocità tangenziale delle ruote, che coincide con la velocità di movimento del trenino:

$$v = 2\pi rf = 2\pi\frac{d}{2}f = \pi df$$

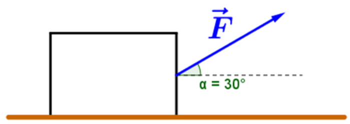
A questo punto, posso determinare la forza centripeta agente sul trenino:

$$F_c = m\frac{v^2}{R} = m\frac{(\pi df)^2}{R} = \mathbf{0{,}27\ N}$$

3. Per trascinare un carrello di massa 400 kg un operaio applica una forza di 50 N a una corda inclinata di 30° rispetto al pavimento. Calcola la distanza percorsa dal carrello in 30 s.

$$m = 400\ kg \qquad F = 50\ N \qquad \alpha = 30° \qquad t = 30\ s \qquad s?$$

L'accelerazione del baule viene determinata dalla componente orizzontale della forza:



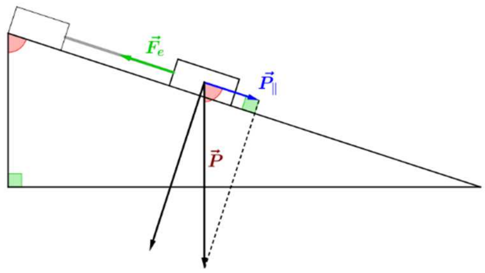
$$F_x = ma \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{F_x}{m} = \frac{F\cos\alpha}{m}$$

Per quanto riguarda lo spostamento, uso la legge oraria del moto uniformemente accelerato:

$$s = \frac{1}{2}a\,t^2 = \frac{1}{2}\frac{F\cos\alpha}{m}\ t^2 = \mathbf{49\ m}$$

4. Un mattone di 3,5 kg giace su un piano inclinato lungo 3,0 m e alto 2,6 m ed è agganciato per la parte superiore a un dinamometro la cui molla ha costante elastica pari a 320 N/m. Tra il mattone e il piano non è presente attrito. Determina l'allungamento della molla del dinamometro quando il mattone è fermo.

$m = 3{,}5\ kg \qquad L = 3{,}0\ m \qquad h = 2{,}6\ m \qquad k = 320\ N/m \qquad \Delta x?$



Nel momento in cui il mattone è fermo, la somma delle forze agenti su di lui è nulla, perciò:

$$F_e = P_{\parallel}$$

Dal grafico, si nota che il triangolo del piano inclinato è simile al triangolo che nasce dalla scomposizione della forza peso nelle direzioni perpendicolare e parallela al piano, in quanto hanno gli angoli congruenti (evidenziati in figura), perciò:

$$P : P_{\parallel} = L : h \qquad \Rightarrow \qquad P_{\parallel} = P\frac{h}{L}$$

Sostituendo nella prima equazione l'espressione della componente della forza peso parallela al piano e applicando la legge di Hooke:

$$k\Delta x = P\frac{h}{L} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta x = \frac{P\frac{h}{L}}{k} = \frac{mgh}{Lk} = \mathbf{9,3 \cdot 10^{-2}\ m}$$

5. Un automobilista viaggia a una velocità costante di 90 km/h, quando vede un cervo attraversare la strada a una distanza di 60 m. Per lo spavento inchioda e blocca tutte e quattro le ruote, scivolando sull'asfalto fino a fermarsi. Il coefficiente di attrito dinamico gomma-asfalto asciutto vale 0,75. Tra l'avvistamento del cervo e il momento in cui viene premuto il pedale del freno passa un tempo di 1,0 s. Riuscirà l'auto a fermarsi prima di colpire il cervo?

$v_o = 90\ km/h = 25\ m/s \qquad d = 60\ m \qquad \mu = 0{,}75 \qquad t = 1{,}0\ s \qquad v = 0\ m/s \qquad s <> d?$

Per determinare lo spazio di frenata, devo considerare il primo tratto in cui l'auto procede con moto rettilineo uniforme e poi il tratto di moto uniformemente accelerato:

$$s = v_o t + \frac{v^2 - v_o^2}{2a}$$

Per determinare l'accelerazione, devo considerare che la forza frenante sarà uguale alla forza di attrito:

$$F = -F_a \qquad \Rightarrow \qquad ma = -mg\,\mu \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{v^2 - v_o^2}{2s} = -g\,\mu \qquad \Rightarrow \qquad s = v_o t + \frac{-v_o^2}{-2g\,\mu} = \mathbf{68\ m}$$

Considerando che lo spazio di frenata è maggiore di quello che inizialmente ha l'automobile dal cervo, il cervo verrà investito.

6. Un ciclista deve percorrere una curva che ha la forma di un arco di circonferenza di raggio pari a 75 m. La massa totale del ciclista e della bicicletta è di 81 kg. L'attrito fra le ruote e la strada è in grado di esercitare una forza centripeta non superiore a 78 N. Determina la massima velocità alla quale il ciclista può percorrere la curva.

$$r = 75\,m \qquad m = 81\,kg \qquad F_a = 78\,N \qquad v?$$

La forza centripeta è la forza di attrito, perciò:

$$F_c = F_a \quad \Rightarrow \quad m\frac{v^2}{r} = F_a \quad \Rightarrow \quad v^2 = \frac{F_a r}{m} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{F_a r}{m}} = \mathbf{8,5\ m/s}$$

7. L'auto A affronta una certa curva a 25 m/s. I suoi pneumatici hanno un coefficiente di attrito statico di 1,1 con l'asfalto. L'auto B usa pneumatici con coefficiente di attrito statico 0,85. Calcola a quale velocità l'auto B può affrontare quella curva. Se l'auto A può permettersi di percorrere la curva solo con una velocità che sia la metà, quale sarà la velocità di B.

$$v_A = 25\,m/s \qquad \mu_A = 1{,}1 \qquad \mu_B = 0{,}85 \qquad v_B? \qquad se\ v'_A = \frac{1}{2}\,v_A \qquad v'_B?$$

La forza centripeta è la forza di attrito, perciò:

$$F_c = F_a \quad \Rightarrow \quad m\frac{v_A^2}{r} = mg\mu_A \quad \Rightarrow \quad \frac{v_A^2}{r} = g\mu_A \quad \Rightarrow \quad r = \frac{v_A^2}{g\mu_A}$$

Allo stesso modo per quanto riguarda l'auto B:

$$F_c = F_a \quad \Rightarrow \quad m\frac{v_B^2}{r} = mg\mu_B \quad \Rightarrow \quad \frac{v_B^2}{r} = g\mu_B \quad \Rightarrow$$

$$v_B^2 = rg\mu_B = \frac{v_A^2}{g\mu_A}\cdot g\mu_B \quad \Rightarrow \quad v_B = v_A\sqrt{\frac{\mu_B}{\mu_A}} = \mathbf{22\ m/s}$$

Considerando che la velocità dell'auto B è direttamente proporzionale alla velocità dell'auto A, se per ipotesi l'auto A dimezza la propria velocità, anche l'auto B **dimezzerà** la propria velocità.