1. Marta lancia in direzione orizzontale una palla con una velocità di $2{,}4\ m/s$. La palla si trova a un'altezza di $1{,}5\ m$ rispetto al suolo. Determina il tempo che impiega la palla per arrivare al suolo.

$$v_{ox} = 2{,}4\ m/s \qquad h = 1{,}5\ m \qquad t_v?$$

Considero solamente la caduta, ovvero la partenza con velocità nulla in verticale e con un'accelerazione pari a quella di gravità. Per la legge oraria del moto uniformemente accelerato ottengo:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \mathbf{0,55\ s}$$

2. Giorgio lancia una palla in direzione orizzontale con velocità di modulo $3{,}2\ m/s$. La palla impiega $0{,}8\ s$ per arrivare al suolo.
   A. Determina la componente verticale della velocità della palla quando arriva al suolo.
   B. Determina il modulo della velocità della palla quando arriva al suolo.

$$v_{ox} = 3{,}2\ m/s \qquad t_v = 0{,}8\ s \qquad v_y? \qquad v?$$

A. Considero solamente la componente verticale del moto, che è un moto uniformemente accelerato. Sapendo che la velocità iniziale in verticale è nulla, visto che la velocità iniziale ha solo la componente orizzontale, e che l'accelerazione è quella di gravità:

$$v_y = v_{oy} + gt = gt = \mathbf{7,8\ m/s}$$

B. Quando arriva al suolo, la palla ha sia la componente orizzontale che quella verticale per la velocità e possiamo quindi determinare il modulo della velocità, applicando il teorema di Pitagora. La componente verticale l'abbiamo determinata al punto precedente, mentre per quella orizzontale non serve calcolo, visto che in orizzontale la palla si muove di moto rettilineo uniforme:

$$v = \sqrt{v_y^2 + v_x^2} = \sqrt{v_y^2 + v_{ox}^2} = \mathbf{8,5\ m/s}$$

3. Un fucile spara verso l'alto un proiettile con una velocità iniziale che forma un angolo di $45°$ rispetto alla direzione orizzontale. La gittata è $800\ m$. Determina il tempo di volo del proiettile (trascurando l'attrito con l'aria).

$$\alpha = 45° \qquad G = 800\ m \qquad t_v?$$

Considero innanzi tutto le due componenti del moto del proiettile (moto rettilineo uniforme lungo l'asse x e moto rettilineo uniformemente accelerato lungo l'asse y). Ricavo il tempo di volo ponendo $y = 0$ nella seconda equazione e ottenendo il tempo di partenza, $t = 0\ s$ e il tempo di volo:

$$\begin{cases} x = v_{ox}t \\ y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 0 \\ y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \qquad t\left(v_{oy} - \frac{1}{2}gt\right) = 0 \qquad \begin{array}{c} t = 0\ s \\ t_v = \dfrac{2v_{oy}}{g} \end{array}$$

Posso ricavare il tempo di volo anche dalla prima equazione, sostituendo al posto di x la gittata:

$$t_v = \frac{G}{v_{ox}}$$

Eguagliando le due espressioni del tempo di volo e considerando che le due componenti della velocità sono uguali, visto che la velocità iniziale forma un angolo di 45° rispetto alla direzione orizzontale, posso trovare il valore della velocità. Sostituendolo poi in una delle due espressioni, ottengo il tempo di volo:

$$\frac{G}{v_{ox}} = \frac{2v_{oy}}{g} \quad \Rightarrow \quad 2v_{ox}v_{oy} = Gg \quad \Rightarrow \quad 2v_o \cos\alpha\, v_o \sin\alpha = Gg \quad \Rightarrow \quad v_o = \sqrt{\frac{Gg}{2\cos\alpha\sin\alpha}}$$

$$t_v = \frac{2v_o \sin\alpha}{g} = \frac{2\sin\alpha}{g}\sqrt{\frac{Gg}{2\cos\alpha\sin\alpha}} = \mathbf{13\ s}$$

4. Un arciere scocca una freccia in direzione orizzontale con una velocità di modulo $25\ m/s$. L'altezza da cui viene scoccata la freccia è $1{,}6\ m$. Determina la distanza orizzontale d tra il punto di tiro e il punto in cui cade la freccia.

$$v_{ox} = 25\ m/s \qquad h = 1{,}6\ m \qquad d?$$

Considero innanzi tutto le due componenti del moto del proiettile (moto rettilineo uniforme lungo l'asse x e moto rettilineo uniformemente accelerato lungo l'asse y). Ricavo il tempo di volo ponendo $y = h$ nella seconda equazione (nella quale ho considerato l'asse y rivolto verso il basso) e ottenendo il tempo di volo:

$$\begin{cases} x = v_{ox}t \\ y = \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = h \\ y = \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases} \qquad t_v = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Posso sostituire il tempo di volo nel moto orizzontale, determinando così d, ovvero la gittata:

$$d = v_{ox}t_v = v_{ox}\sqrt{\frac{2h}{g}} = \mathbf{14\ m}$$

5. Un'automobile cabriolet con il tettuccio aperto viaggia a una velocità costante di $32\ m/s$. Un passeggero lancia verso l'alto una pallina da tennis e, dopo un certo intervallo di tempo, questa gli ricade in mano. L'altezza massima raggiunta dalla pallina rispetto al punto di lancio è $1{,}2\ m$. Determina la distanza percorsa dall'automobile durante il tempo di volo della pallina.

$$v_{ox} = 32\ m/s \qquad H = 1{,}2\ m \qquad G?$$

L'altezza massima viene raggiunta dalla pallina da tennis a metà del suo tempo di volo, data la simmetria del moto parabolico.
Considero innanzi tutto le due componenti del moto del proiettile (moto rettilineo uniforme lungo l'asse x e moto rettilineo uniformemente accelerato lungo l'asse y). Ricavo il tempo di volo ponendo $y = 0$ nella seconda equazione e ottenendo il tempo di partenza, $t = 0\ s$ e il tempo di volo:

$$\begin{cases} x = v_{ox}t \\ y = v_{oy}t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 0 \\ y = v_{oy}t - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases} \qquad t\left(v_{oy} - \frac{1}{2}gt\right) = 0 \qquad \begin{matrix} t = 0\ s \\ t_v = \dfrac{2v_{oy}}{g} \end{matrix}$$

Per determinare l'altezza massima, sostituisco metà del tempo di volo nell'equazione del moto rettilineo uniformemente accelerato, ricavando quindi v_{oy}:

$$H = v_{oy}\frac{v_{oy}}{g} - \frac{1}{2}g\frac{v_{oy}^2}{g^2} = \frac{v_{oy}^2}{g} - \frac{v_{oy}^2}{2g} = \frac{v_{oy}^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad v_{oy} = \sqrt{2Hg}$$

Sostituendo il valore così ottenuto nell'espressione del tempo di volo e sostituendo poi il tempo di volo così ottenuto nell'equazione del moto rettilineo lungo l'asse x, ottengo la gittata, ovvero la distanza percorsa dalla pallina in orizzontale:

$$t_v = \frac{2\sqrt{2Hg}}{g} \quad \Rightarrow \quad G = v_{ox}\cdot\frac{2\sqrt{2Hg}}{g} = \mathbf{32\ m}$$

6. Un proiettile sparato verticalmente verso l'alto con velocità v ricade al suolo dopo un tempo t. Quanto vale l'intervallo di tempo dopo il quale ricade un secondo proiettile sparato con velocità $2v$ in direzione $30°$ rispetto all'orizzontale? (Si trascuri la resistenza dell'aria).

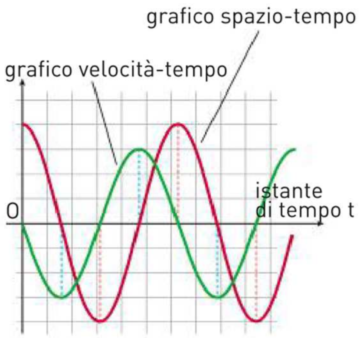
$$v_{oy} = v \qquad t_v = t \qquad v_o' = 2v \qquad \alpha = 30\hat{} \qquad t_v'?$$

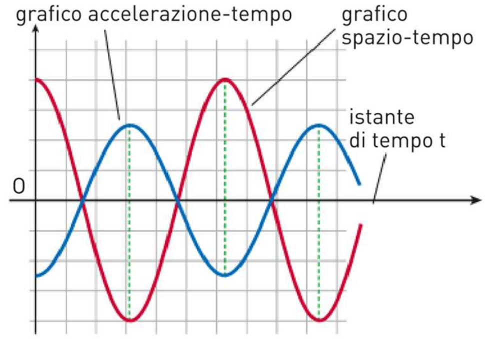
Considero solamente il moto verticale, che è un moto uniformemente accelerato, sia nel primo caso che nel secondo. Nel secondo caso, la componente verticale della velocità è data da:

$$v_{oy}' = v_o' \sin\alpha = v$$

Nel secondo caso, la componente verticale della velocità è la stessa che nel primo caso, quindi il tempo di volo è lo stesso: $\boldsymbol{t_v' = t_v = t}$.

7. In riferimento al moto armonico di un punto materiale, stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false e correggi quelle che ritieni false.
   A. L'accelerazione è massima agli estremi di oscillazione.
   B. L'accelerazione è massima dove anche la velocità è massima.
   C. La velocità è massima agli estremi di oscillazione.





I due grafici precedenti (tratti dal libro di Ugo Amaldi, «Dalla mela di Newton al bosone di Higgs», vol. 1+2 Plus, Zanichelli) permettono di rispondere alle domande:

A. **VERA** – Come si vede dal secondo grafico, l'accelerazione è massima agli estremi di oscillazione.
B. **FALSA** – Come si vede confrontando i due grafici, l'accelerazione è massima dove la velocità è minima, ovvero pari a zero.
C. **FALSA** – Come si vede dal primo grafico, agli estremi di oscillazione la velocità è nulla. La velocità è massima nel punto di equilibrio.

8. Il cono di un altoparlante oscilla di moto armonico con una frequenza di $1{,}2\ kHz$ e un'ampiezza di $0{,}19\ mm$. Determina il valore massimo del modulo della velocità del cono.

$$f = 1{,}2\ kHz \qquad r = 0{,}19\ mm \qquad v_{max}?$$

La velocità istantanea del moto armonico assume, nel punto di equilibrio, valore massimo pari a:

$$v_{max} = \omega r = 2\pi f r = \mathbf{1{,}4\ m/s}$$

9. Un punto percorre una circonferenza di raggio $0{,}75\ m$ con una velocità di modulo costante uguale a $3{,}4\ m/s$. La sua ombra proiettata su un diametro della circonferenza si muove di moto armonico.
   A. Calcola la pulsazione del moto armonico.
   B. Determina il valore massimo del modulo dell'accelerazione di questo moto armonico.

$$r = 0{,}75\ m \qquad v = 3{,}4\ m/s \qquad \omega \qquad a_{max}?$$

La pulsazione del moto armonico è data da:

$$\omega = \frac{v}{r} = \mathbf{4{,}5\ rad/s}$$

L'accelerazione massima del moto armonico, ottenuta negli estremi di oscillazione, è pari a:

$$a_{max} = \omega^2 r = \mathbf{15\ m/s^2}$$