

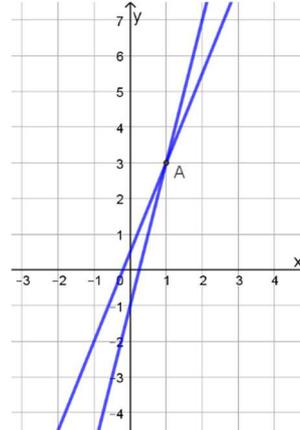
1. Risolvi graficamente il sistema: $\begin{cases} 4x - y = 1 \\ 5x - 2y = -1 \end{cases}$

Scrivo le equazioni delle rette in forma esplicita:

$$\begin{cases} y = 4x - 1 \\ y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$$

Il sistema ha soluzione:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$



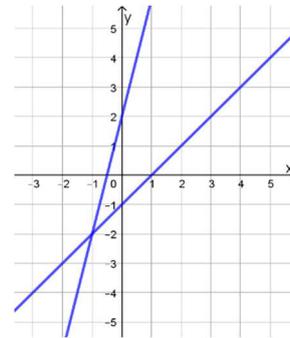
2. Scrivi il sistema di equazioni che ha per rappresentazione grafica quella della figura a lato e indica la soluzione.

Le due rette hanno equazione:

$$\begin{cases} y = 4x + 2 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

Il sistema ha soluzione:

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$



3. Risolvi il seguente sistema con sostituzione, riduzione, confronto e Cramer:

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$$

Metodo di sostituzione:

$$\begin{cases} x = y - 2 \\ y - 2 - 3y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = y - 2 \\ -2y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -6 \\ y = -4 \end{cases}$$

Metodo di riduzione:

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ -x + 3y = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -6 \\ y = -4 \end{cases}$$

Metodo del confronto:

$$\begin{cases} x = y - 2 \\ x = 3y + 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x = y - 2 \\ 3y + 6 = y - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -6 \\ y = -4 \end{cases}$$

Metodo di Cramer:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -3 + 1 = -2$$

$$D_x = \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = 6 + 6 = 12$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix} = 6 + 2 = 8$$

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} = \frac{12}{-2} = -6 \\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{8}{-2} = -4 \end{cases}$$

4. Risolvi il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ 3x + y - z = -5 \\ -x + y = -1 \end{cases}$$

Sottraggo la prima equazione dalla prima e considero il sistema formato con la terza equazione:

$$\begin{cases} x = -3 \\ -x + y = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \\ z = -8 \end{cases}$$

5. Risolvi e discuti il seguente sistema:

$$\begin{cases} (a-1)x + y = 1 \\ -2x + (a+2)y = 1 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} a-1 & 1 \\ -2 & a+2 \end{vmatrix} = a^2 + a - 2 + 2 = a(a+1)$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a+2 \end{vmatrix} = a+2-1 = a+1 \quad D_y = \begin{vmatrix} a-1 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = a-1+2 = a+1$$

Se pongo il determinante D uguale a zero, ottengo due valori, 0 e -1:

Se $a = 0$: sistema impossibile

Se $a = -1$: sistema indeterminato

$$\text{Se } a \neq 0 \wedge a \neq -1: \begin{cases} x = \frac{1}{a} \\ y = \frac{1}{a} \end{cases}$$

6. Imposta il sistema lineare che risolve il seguente problema, dopo aver specificato a cosa corrispondono le incognite:

Due sorelle gemelle di 5 anni avranno insieme, tra 24 anni, la metà della somma delle età dei due genitori. Il padre ha quattro anni più della madre. Calcola quanti anni avevano i genitori quando sono nate le gemelle.

Indico con x l'età del padre alla nascita delle gemelle e con y l'età della madre sempre alla nascita delle gemelle. Il sistema diventa:

$$\begin{cases} 58 = \frac{x+29+y+29}{2} \\ x = 4 + y \end{cases}$$

7. Imposta il sistema lineare che risolve il seguente problema:

Trova tre numeri naturali tali che la differenza tra il primo e la semisomma degli altri due sia uguale a 5, il primo superi di $1 + \frac{4}{3}$ del terzo e la differenza tra la somma dei primi due e il doppio del terzo sia 2.

Indico i tre numeri naturali con x , y e z : x è il primo numero, z il terzo

$$\begin{cases} x - \frac{y+z}{2} = 5 \\ x = 1 + \frac{4}{3}z \\ x + y - 2z = 2 \end{cases}$$

8. Considera la funzione $f(x) = 2ax - b$; trova a e b in modo che $f(-1) = 3$ e $f(2) = -3$.

$$\begin{cases} f(-1) = -2a - b = 3 \\ f(2) = 4a - b = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2a + b = -3 \\ 4a - b = -3 \\ 6a = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$$