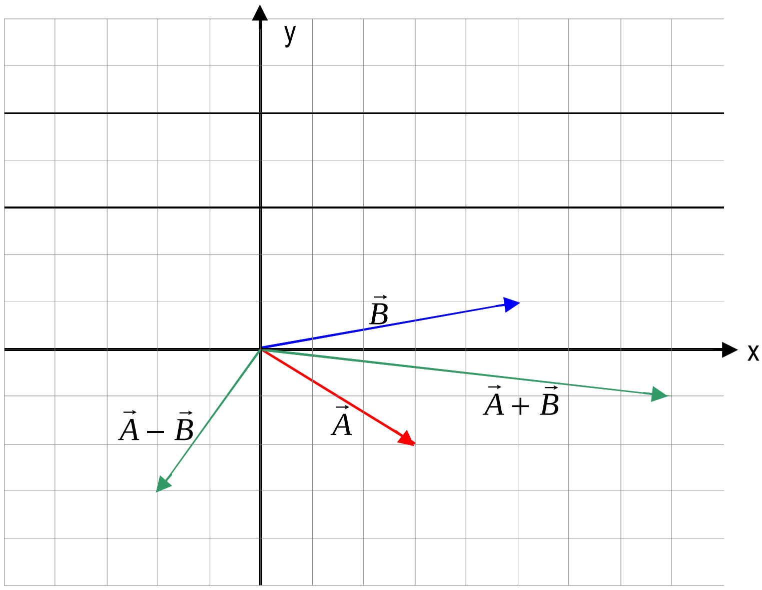
1. Rappresenta i vettori $\vec{A} = 3\,\hat{x} - 2\,\hat{y}$, $\vec{B} = 5\,\hat{x} + \hat{y}$, $\vec{A} + \vec{B}$ e $\vec{A} - \vec{B}$. Calcola inoltre:

   a. $\vec{A} + \vec{B}$ e $\left|\vec{A} + \vec{B}\right|$

   b. $\vec{A} - \vec{B}$ e $\left|\vec{A} - \vec{B}\right|$

   c. l'angolo $\vartheta_A$ formato dal vettore $\vec{A}$ con il verso positivo dell'asse x

   d. l'angolo $\vartheta_B$ formato dal vettore $\vec{B}$ con il verso positivo dell'asse x




a. $\vec{A} + \vec{B} = (3+5)\ \hat{x} + (-2+1)\ \hat{y} = 8\,\hat{x} - \hat{y}$

$\left|\vec{A} + \vec{B}\right| = \sqrt{8^2 + (-1)^2} = 8{,}06$

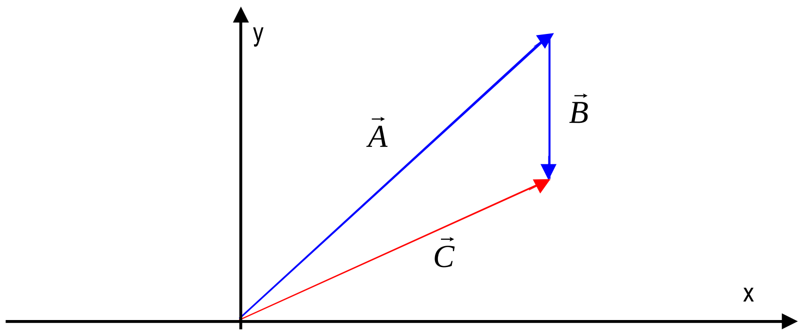
b. $\vec{A} - \vec{B} = (3-5)\ \hat{x} + (-2-1)\ \hat{y} = -2\,\hat{x} - 3\,\hat{y}$

$\left|\vec{A} - \vec{B}\right| = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = 3{,}61$

c. $\vartheta_A = tg^{-1}\dfrac{A_y}{A_x} + 360° = 326°\ 18'\ 36''$

d. $\vartheta_B = tg^{-1}\dfrac{B_y}{B_x} = 11°\ 18'\ 36''$

2. Sei su una barca che va a 8,49 m/s con un angolo di 45° verso la sorgente di un fiume che scorre a 3,5 m/s. Qual è la tua velocità rispetto alla riva? (indicane modulo e direzione)




$\vec{A} = 8{,}49 \cos 45° \, \hat{x} + 8{,}49 \; sen \; 45° \, \hat{y} = 6\,\hat{x} + 6\,\hat{y}$ spostamento della barca rispetto alla corrente

$\vec{B} = -3{,}5 \; \hat{y}$ scorrimento del fiume

$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = 6 \; \hat{x} + (6 - 3{,}5) \; \hat{y} = 6 \; \hat{x} + 2{,}5\,\hat{y}$

$C = \sqrt{6^2 + 2{,}5^2} \; m/s = \boxed{6{,}5 \; m/s}$

$\vartheta_C = tg^{-1} \dfrac{C_y}{C_x} = \boxed{22° \; 37' \; 12''}$

3. Un oggetto viene lanciato verso l'alto con una velocità di 5,886 m/s. Dopo quanto tempo ricade al suolo? Quale altezza ha raggiunto?

Considero solamente il viaggio di andata dell'oggetto, visto che, al ritorno, l'oggetto percorre la stessa distanza e impiega lo stesso tempo. Perciò calcolo il tempo di salita e il tempo totale di moto sarà il doppio di quello di salita.

Nel caso del tempo di salita: $v_0 = 5{,}886 \; m/s$ $\quad a = -g = -9{,}81 \; m/s^2$ $\quad v = 0 \; m/s$

$$v = v_0 + at \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 5{,}886 \; m/s}{-9{,}81 \; m/s^2} = 0{,}6 \; s$$

Perciò il tempo totale del moto è: $\boxed{1{,}2 \; s}$

Per determinare l'altezza raggiunta, considero sempre e solo l'andata:

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 5{,}886^2 \; m^2/s^2}{2\,(-9{,}81 \; m/s^2)} = \boxed{1{,}7658 \; m}$$

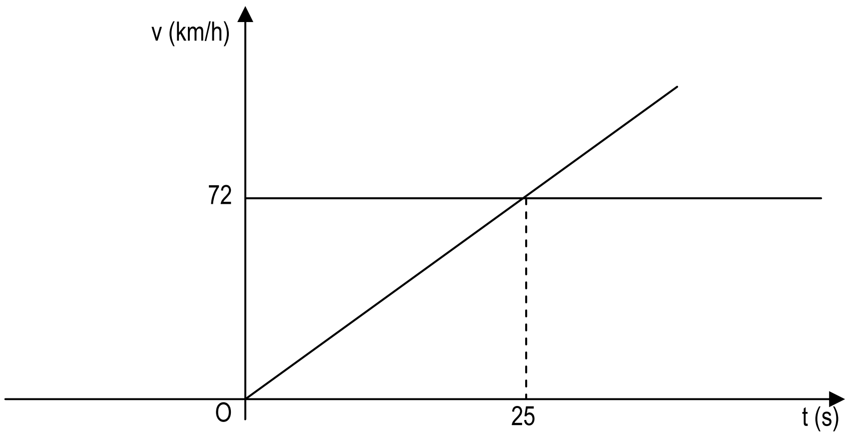
4. Un'auto sta viaggiando con una velocità di 97,2 km/h, quando l'autista vede un ostacolo a 50 m. Con quale decelerazione dovrebbe frenare per evitare l'ostacolo? In quanto tempo avviene l'arresto?

$$v_0 = 97{,}2\ km/h = 27\ m/s \qquad v = 0\ m/s \qquad x = 50\,m \qquad a,\ t\ ??$$

$$x = \frac{1}{2}(v + v_0)\,t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2x}{v+v_0} = \frac{100\ m}{27\ m/s} = \boxed{3{,}70\ s}$$

$$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{0 - 27^2\ m^2/s^2}{100\ m} = \boxed{-7{,}29\ m/s^2}$$

5. Un'auto rossa viaggia con velocità costante di 72 km/h e passa vicino ad un'auto verde, ferma sul ciglio della strada, che parte immediatamente. Se l'auto verde accelera costantemente di 0,8 m/s², dopo quanto tempo ha la stessa velocità dell'auto rossa? Dopo quanto tempo la raggiunge? Quanta strada ha percorso per raggiungerla? Rappresenta la situazione in un grafico v/t.




$v_R = 72\ km/h = 20\ m/s$ $\qquad$ $x = 20\,t$ legge oraria

$v_{V_0} = 0\ m/s$ $\qquad$ $a = 0{,}8\ m/s^2$ $\qquad$ $x = 0{,}4\,t^2$ legge oraria

Per rispondere alla prima domanda: $v_V = 20\ m/s$

$$v_V = v_{V_0} + at \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v_V - v_{V_0}}{a} = \frac{20\ m/s - 0\ m/s}{0{,}8\ m/s^2} = \boxed{25\ s}$$

Per rispondere alla seconda domanda, risolvo il sistema che ha per equazioni le due leggi orarie:

$$\begin{cases} x = 20\,t \\ x = 0{,}4\,t^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 0{,}4\,t^2 = 20\,t \quad \Rightarrow \quad t\,(0{,}4\,t - 20) = 0 \quad \left\langle \begin{array}{l} t_1 = 0\,s \\ t_2 = 50\ s \end{array} \right.$$

$$\boxed{t = 50\ s} \qquad \boxed{x = 1000\ m}$$