

1. Determina le coordinate del vertice della parabola: $y = 6x^2 - 12x + 4$

L'equazione generica della parabola è: $y = ax^2 + bx + c$ e le sue generiche coordinate del vertice sono $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. Possiamo ricavare l'ascissa e poi sostituire il suo valore nell'equazione della parabola per determinarne l'ordinata:

$$x_V = \frac{12}{12} = 1 \quad y_V = 6 - 12 + 4 = -2 \quad \mathbf{V(1; -2)}$$

2. Senza risolvere l'equazione $x^2\sqrt{3} - 2x\sqrt{2} - \sqrt{6} = 0$, calcola la somma e il prodotto delle sue radici, specificando se le radici sono reali.

Calcolo innanzi tutto il discriminante per stabilire se le radici sono reali:

$$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = (\sqrt{2})^2 + \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 2 + 3\sqrt{2} > 0 \quad \mathbf{sol. reali}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{2}$$

3. Data la coppia di valori $x_1 = -7$ e $x_2 = 5$, scrivi l'equazione di secondo grado in forma normale che ha tali valori come radici.

$$x_1 + x_2 = -2 \quad x_1 x_2 = -35$$

Sapendo che la generica equazione di secondo grado può essere scritta come: $x^2 - Sx + P = 0$, otteniamo:

$$\mathbf{x^2 + 2x - 35 = 0}$$

4. Determina, se possibile, due numeri reali, sapendo che hanno somma $3\sqrt{2} + 2$ e prodotto $1 + 5\sqrt{2}$.

Sapendo che la generica equazione di secondo grado può essere scritta come: $x^2 - Sx + P = 0$, otteniamo:

$$x^2 - (3\sqrt{2} + 2)x + 1 + 5\sqrt{2} = 0$$

Risolve l'equazione:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (3\sqrt{2} + 2)^2 - 4(1 + 5\sqrt{2}) = 18 + 4 + 12\sqrt{2} - 4 - 20\sqrt{2} = 16 + 2 - 8\sqrt{2} = (4 - \sqrt{2})^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3\sqrt{2} + 2 \pm (4 - \sqrt{2})}{2} = \begin{cases} \frac{2\sqrt{2} + 6}{2} = \sqrt{2} + 3 \\ \frac{4\sqrt{2} - 2}{2} = 2\sqrt{2} - 1 \end{cases}$$