

1. Un ciclista si muove di moto rettilineo uniforme alla velocità di 27 km/h. Le ruote della bicicletta hanno un diametro di 50 cm. Calcola quanti giri percorrono in un secondo, la velocità tangenziale e l'accelerazione di un punto posto sul pneumatico.

$$v = 27 \text{ km/h} = 7,5 \text{ m/s}$$

$$d = 0,5 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad r = 0,25 \text{ m} \quad f ? \quad v ? \quad a ?$$

Innanzitutto la velocità tangenziale di un punto posto sul pneumatico vale 7,5 m/s, visto che coincide con la velocità della bicicletta, ovvero del ciclista. Partendo dalla formula inversa della velocità, posso determinare la frequenza:

$$v = 2\pi r f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{v}{\pi d} = 4,77 \text{ giri/s}$$

$$a = \frac{v^2}{r} = 225 \text{ m/s}^2$$

2. Calcola lo spazio percorso da un ciclista in un'ora su una pista circolare, sapendo che la sua velocità angolare è di 0,15 rad/s e che la pista è lunga 500 m.

$$\omega = 0,15 \text{ rad/s} \quad 2\pi r = 500 \text{ m} \quad \Delta t = 1 \text{ h} \quad \Delta s ?$$

Sapendo che la velocità tangenziale è costante e si esprime come nel seguente rapporto: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$$\text{Allora:} \quad \Delta s = v \cdot \Delta t = \omega r \cdot \Delta t = \omega \frac{2\pi r}{2\pi} \cdot \Delta t = 42971,83 \text{ m}$$

3. Due vettori sono dati mediante le loro componenti: $\vec{a} (5; 3)$ e $\vec{b} (-3; 1)$. Determina graficamente e analiticamente il vettore somma. Quanto vale il suo modulo? Quale angolo forma con il semiasse positivo delle x?

Determino innanzi tutto le componenti del vettore somma:

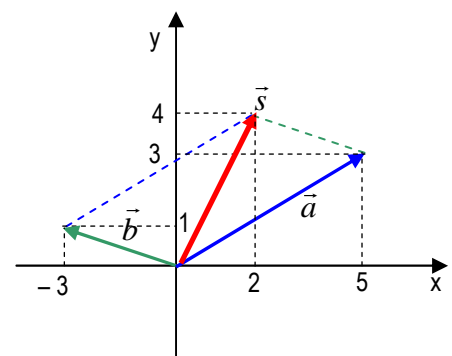
$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = 5\hat{x} + 3\hat{y} + (-3\hat{x} + \hat{y}) = 2\hat{x} + 4\hat{y}$$

Determino il modulo del vettore somma:

$$|\vec{s}| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = 4,47$$

Determino l'angolo che il vettore somma forma con la direzione positiva dell'asse x:

$$\alpha = \text{arc tg} \frac{s_y}{s_x} = 63^\circ 26' 6''$$



4. Un aereo viaggia verso Nord per un'ora alla velocità di 700 km/h e successivamente verso est per mezz'ora alla velocità di 800 km/h. Determina il modulo dello spostamento risultante.

$$\begin{aligned} v_1 &= 700 \text{ km/h} & t_1 &= 1 \text{ h} \\ v_2 &= 800 \text{ km/h} & t_2 &= 0,5 \text{ h} \end{aligned}$$

Determino innanzi tutto la lunghezza degli spostamenti:

$$|\vec{s}_1| = v_1 \cdot t_1 = 700 \text{ km/h} \cdot 1 \text{ h} = 700 \text{ km}$$

$$|\vec{s}_2| = v_2 \cdot t_2 = 800 \text{ km/h} \cdot 0,5 \text{ h} = 400 \text{ km}$$

Siccome i due spostamenti sono perpendicolari, per determinare il modulo dello spostamento risultante applico il teorema di Pitagora:

$$|\vec{r}| = \sqrt{|\vec{s}_1|^2 + |\vec{s}_2|^2} = 806,23 \text{ km}$$

5. Al colpo di partenza, un corridore accelera a 2 m/s^2 per 3 s. L'accelerazione del corridore è nulla per il resto della corsa. Calcola la velocità del corridore quando è a $t = 1 \text{ s}$. Calcola la velocità del corridore alla fine della corsa. Rappresenta la situazione in un grafico velocità/tempo.

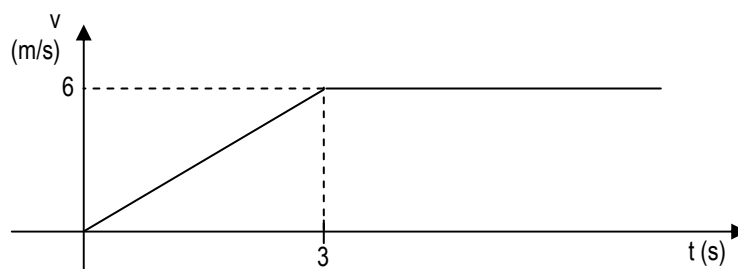
$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \text{ m/s}^2 & \Delta t_1 &= 3 \text{ s} & v_0 &= 0 \text{ m/s} \\ a_2 &= 0 & \Delta t_2 &= 1 \text{ s} & v_2 ? & v_{fin} ? \end{aligned}$$

La relazione che esprime la velocità in funzione del tempo e dell'accelerazione è: $v = v_0 + at$

Posso quindi calcolare la velocità a 1 s: $v_2 = v_0 + a_1 \Delta t_2 = 2 \text{ m/s}$

La velocità al termine della corsa è uguale alla velocità raggiunta dopo 3 s, cioè al termine della fase di accelerazione:

$$v_{fin} = v_0 + a_1 \Delta t_1 = 6 \text{ m/s}$$



6. Un ghepardo accelera da fermo a 27 m/s in 6 s. Supponendo che l'accelerazione sia costante, quanto spazio percorre il ghepardo in questo tempo? Quanto spazio percorre in 3 s?

Si tratta di un moto rettilineo uniformemente accelerato.

$$\begin{array}{lll} v_0 = 0 \text{ m/s} & v = 27 \text{ m/s} & \\ \Delta t_1 = 6 \text{ s} & a \text{ cost.} & \Delta s_1 \quad ? \\ \Delta t_2 = 3 \text{ s} & \Delta s_2 \quad ? & \end{array}$$

Per determinare lo spazio percorso in 6 s, basta tenere conto della relazione:

$$\Delta s_1 = \frac{v + v_0}{2} \cdot \Delta t_1 = \frac{27 \text{ m/s}}{2} \cdot 6 \text{ s} = 81 \text{ m}$$

Sapendo che $a = \frac{v - v_0}{\Delta t_1} = 4,5 \text{ m/s}^2$

sostituisco questo valore, visto che l'accelerazione è costante, nella legge oraria:

$$\Delta s_2 = v_0 \Delta t_2 + \frac{1}{2} a (\Delta t_2)^2 = 20,25 \text{ m}$$