1. Due treni procedono con verso opposto lungo la stessa linea. Il treno A si muove a 80 km/h, il treno B a 100 km/h. Sapendo che le due città di partenza distano 360 km, stabilisci a quale distanza dalla città del treno A si incontrano e dopo quanto tempo dalla partenza, sapendo che partono nello stesso istante. Rappresenta con un unico grafico spazio-tempo la corsa dei due treni.

Determino innanzi tutto la legge oraria dei due treni, notando che si tratta di un moto rettilineo uniforme:

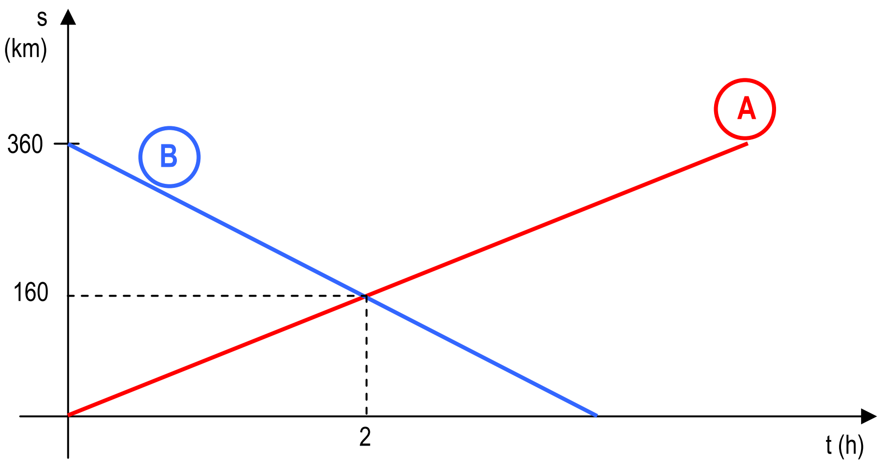
treno A: $s = 80t$ dato che $s_0 = 0\,km$ e $v = 80\ km/h$ ed è costante

treno B: $s = 360 - 100t$ dato che $s_0 = 360\,km$ e $v = 100\ km/h$ ma in verso opposto rispetto alla velocità del treno A.

Per determinare in quanto tempo i due treni si incontrano, metto a sistema le due leggi orarie:

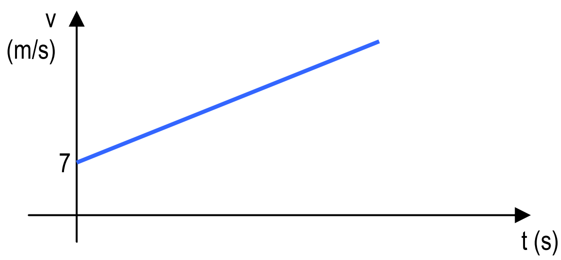
$$\begin{cases} s = 80t \\ s = 360 - 100\,t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 80t = 360 - 100t \\ s = 80t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 2h \\ s = 160\ km \end{cases}$$

Rappresento la situazione in un grafico spazio-tempo:



2. Un corpo si muove con velocità espressa in funzione del tempo dalla relazione $v = 7 + 2t$, con la velocità v misurata in m/s e il tempo t in secondi. Quanto vale la velocità iniziale? Quanto vale l'accelerazione? Cosa succede al corpo al passare del tempo? Rappresenta il diagramma velocità-tempo definito dall'equazione e calcola lo spazio percorso dal corpo in 10 s.

La legge $v = 7 + 2t$ è, in forma generale: $v = v_0 + a\,t$, perciò: $v_0 = 7\ m/s$ e $a = 2\ m/s^2$. Avendo un'accelerazione positiva, il corpo sta aumentando la propria velocità.



Visto il grafico velocità-tempo, trattandosi di moto uniformemente accelerato, ricavo lo spazio dalla legge oraria:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 7\ m/s \cdot 10\,s + \frac{1}{2} \cdot 2\ m/s^2 \cdot 100\ s^2 = 170\ m$$

3. Un automobilista viaggia alla velocità di 72 km/h. Avendo visto un ostacolo a 200 m dalla sua posizione, comincia a frenare. Sapendo che riesce a fermarsi prima di investire l'ostacolo, calcola l'accelerazione e l'intervallo di tempo in cui si è avuta la variazione di velocità.

$v_0 = 72\ km/h = 20\ m/s$ $\qquad$ $v = 0\ km/h = 0\ m/s$

$s = 200\ m$ $\qquad$ $a\ ?$ $\qquad$ $t\ ?$

Trattandosi di moto uniformemente accelerato, vale la relazione: $s = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$.

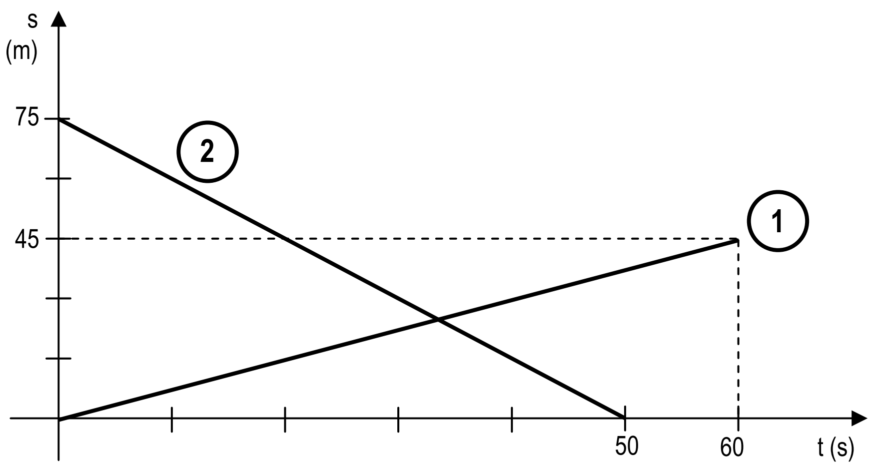
Facendo la formula inversa, posso determinare l'accelerazione dai dati forniti dal problema:

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = -1\ m/s^2$$

Per ricavare il tempo, conoscendo la relazione: $s = \dfrac{v + v_0}{2} \cdot t$ ricavo il tempo con la formula inversa:

$$t = \frac{2\ s}{v + v_0} = 20\ s$$

4. Interpreta il diagramma spazio-tempo a lato – supponendo si tratti di un moto rettilineo – descrivendo il moto dei due oggetti e specificando cosa rappresenta il punto di intersezione delle due rette. Scrivi le equazioni del moto rappresentate e determina le coordinate del punto di intersezione.



Il diagramma rappresenta la situazione di un moto rettilineo uniforme di due oggetti, l'oggetto 1 e l'oggetto 2.
L'oggetto 1 parte da una posizione iniziale uguale a 0 e in 60 secondi si trova a 45 m dalla sua posizione iniziale.
L'oggetto 2 parte da una posizione iniziale di 75 m e raggiunge in 50 secondi il punto di partenza dell'oggetto 1.
Il punto di intersezione delle due rette rappresenta l'istante in cui i due oggetti si incontrano.

Determino la velocità dei due oggetti, per poter determinare le equazioni del moto:

$$v_1 = \frac{s - s_0}{t} = \frac{45\ m - 0\ m}{60\ s} = 0{,}75\ m/s \qquad s = 0{,}75\ t$$

$$v_2 = \frac{s - s_0}{t} = \frac{0\ m - 75\ m}{50\ s} = -1{,}5\ m/s \qquad s = 75 - 1{,}5t$$

Per determinare le coordinate del punto di intersezione nel grafico, metto a sistema le due equazioni appena determinate:

$$\begin{cases} s = 0{,}75\ t \\ s = 75 - 1{,}5t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 0{,}75\ t \\ 0{,}75\ t = 75 - 1{,}5t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 25\ m \\ t = 33{,}33 s \end{cases}$$

5. Un motore di aeroplano viene avviato per il collaudo. L'elica ha un'estensione di 200 cm. Sapendo che la frequenza delle pale è 1,5 · 10³ giri/min, calcola la velocità tangenziale degli estremi di una pala, la velocità angolare e l'accelerazione centripeta.

$r = 100\ cm = 1\ m$

$f = 1{,}5 \cdot 10^3\ giri/\min = 25\ giri/s$ $\qquad v\ ? \qquad \omega\ ? \qquad a\ ?$

Posso determinare la velocità tangenziale e la velocità angolare direttamente dai dati:

$$v = 2\ \pi\ r\ \ f = \boxed{157{,}08\ m/s}$$

$$\omega = 2\ \pi\ \ f = \boxed{157{,}08\ rad/s}$$

Per l'accelerazione: $$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r\ f\,)^2}{r} = 4\ \pi^2\ r\ \ f^{\,2} = \boxed{24674{,}01\ m/s^2}$$

6. Un corpo si muove lungo una circonferenza con velocità tangenziale di 30 m/s e una frequenza di 0,48 Hz. Calcola la velocità angolare e il raggio della circonferenza.

$f = 0{,}48\ Hz$

$v = 30\ m/s$ $\qquad \omega\ ? \qquad r\ ?$

Per la velocità angolare: $$\omega = 2\ \pi\ \ f = \boxed{3{,}02\ rad/s}$$

Per determinare la misura del raggio, uso la formula inversa della velocità:

$$v = 2\ \pi\ r\ \ f \quad \Rightarrow \quad r = \frac{v}{2\ \pi\ \ f} = \boxed{9{,}95\ m}$$