Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false:

	V	F
1. L'equazione $mx^2 + ny^2 + ax + by + c = 0$ può rappresentare una circonferenza solo se è $m = n \neq 0$	☑	☐
2. L'equazione $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ rappresenta sempre una circonferenza	☐	☑
3. La circonferenza di equazione $15 x^2 + 15 y^2 + 10 x + 1 = 0$ ha il centro sulla retta di equazione $6 x - 3 y + 2 = 0$	☑	☐
4. Se l'eccentricità di un'ellisse è zero, la distanza focale è nulla	☑	☐
5. L'asse maggiore di un'ellisse è l'asse cui appartengono i fuochi	☑	☐
6. Le coordinate dei fuochi di un'ellisse, la cui equazione è in forma canonica sono $(\pm\sqrt{a^2 + b^2}\,; 0)$	☐	☑
7. L'equazione $b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2 = 0$ (con $a \neq 0$, $b \neq 0$) rappresenta un'ellisse	☑	☐
8. La circonferenza è un'ellisse con eccentricità uguale a 1	☐	☑
9. Due diverse iperboli hanno sempre asintoti diversi	☐	☑
10. La distanza focale in un'iperbole è uguale al prodotto dell'eccentricità per la misura dell'asse trasverso	☑	☐
11. Una qualsiasi iperbole ha sempre due assi di simmetria	☑	☐
12. L'equazione $\frac{x^2}{k-1} + \frac{y^2}{k-2} = 1$ rappresenta un'iperbole per $1 < k < 2$	☑	☐
13. La funzione $y = \left(\frac{1}{a^2+2}\right)^x$ è decrescente $\forall a \in$ R	☑	☐
14. $2^x = -2 \quad \Rightarrow \quad x = -1$	☐	☑
15. $2^x + 1 = 0 \quad \Rightarrow$ impossibile	☑	☐
16. $3^x + 3^{2x} = 3^3 \quad \Rightarrow \quad x = 1$	☐	☑
17. La disequazione $a^x > b$, essendo $a \in R^+$ e $b \leq 0$ è verificata $\forall x \in$ R	☑	☐
18. La disequazione $a^x > a$, con $a \in R^+ - \{1\}$, è verificata per $x > 1$	☐	☑
19. Dall'uguaglianza $\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3}$ si deduce che $-\frac{1}{3} = \log_{\frac{2}{3}} \frac{27}{8}$	☐	☑
20. Se è $a > 1$ e $0 < b < 1$, si ha $\log_a b < 0$	☑	☐
21. Se è $0 < a < 1$ e $0 < b < 1$, si ha $\log_a b > 0$	☑	☐
22. $\log_x 0{,}125 = 3 \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}5$	☑	☐
23. $(\log_a b)^2 = \log_a (2b)$	☐	☑
24. $5^x \cdot 3^x = 7 \quad \Rightarrow \quad x = \log_{15} 7$	☑	☐
25. $\log_9 5 = \log_{81} 25$	☑	☐
26. La funzione logaritmica in base a è l'inversa della funzione esponenziale in base a	☑	☐
27. Qualunque sia la base $a > 0$ (con $a \neq 1$) la funzione logaritmica ha per dominio R^+	☑	☐
28. Le due equazione $\log x - \log (x - 1) = 3$ e $\log \frac{x}{x-1} = 3$ hanno le stesse condizioni di esistenza	☐	☑

Trova l'equazione corrispondente al seguente grafico, utilizzando i dati della figura:

1. L'equazione $(x-1)^2 + (y+2)^2 + 1 = 0$:

Ⓐ rappresenta una circonferenza di centro (1; – 2)   Ⓑ rappresenta una circonferenza di centro (– 1; 2)

Ⓒ non rappresenta una circonferenza   Ⓓ rappresenta una circonferenza di raggio di misura 1

2. L'equazione $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ rappresenta una circonferenza:

Ⓐ tangente solo all'asse x   Ⓑ tangente solo all'asse y   Ⓒ tangente a entrambi gli assi   Ⓓ non tangente ad alcun asse

3. L'equazione $x^2 + y^2 + 2x + 2y + k = 0$ rappresenta una circonferenza (non degenere) solo per:

Ⓐ $k > 0$ Ⓑ $k < 0$ Ⓒ $k \le 2$ Ⓓ $k < 2$

4. La parabola di equazione $y = -x^2 + 7x - 6$ ha il vertice nel punto:

Ⓐ $\left(\frac{7}{2}; \frac{123}{4}\right)$ Ⓑ $\left(-\frac{7}{2}; -\frac{441}{4}\right)$ Ⓒ $\left(\frac{1}{7}; -\frac{246}{49}\right)$ Ⓓ $\left(\frac{7}{2}; \frac{25}{4}\right)$

5. La parabola di equazione $y = (k+1)x^2 + (k-1)x - 2k$, con k reale, passa per il punto P (– 2; 6):

Ⓐ per nessun valore di k   Ⓑ $k = -4/5$ Ⓒ per qualsiasi valore di k   Ⓓ $k = -1$

6. Le misure dei semiassi dell'ellisse di equazione $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ sono:

Ⓐ 9 e 4   Ⓑ 13 e 5   Ⓒ 3 e 2   Ⓓ 81 e 16

7. L'ellisse è il luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante:

Ⓐ la differenza delle distanze da due punti fissi, detti fuochi   Ⓑ la somma delle distanze da due punti fissi, detti fuochi

Ⓒ la distanza da un punto fisso, detto centro   Ⓓ la distanza da un punto fisso, detto fuoco, e da una retta fissa, detta direttrice

8. L'ellisse di equazione $4x^2 + y^2 = 4$ ha punti in comune con la retta $y = 2x + q$ per:

Ⓐ $q \le 2\sqrt{2}$ Ⓑ $-2\sqrt{2} \le q \le 2\sqrt{2}$ Ⓒ $q \ge 2\sqrt{2}$ Ⓓ $q \le -2\sqrt{2} \vee q \ge 2\sqrt{2}$

9. L'iperbole è il luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante:

Ⓐ la differenza delle distanze da due punti fissi, detti fuochi   Ⓑ la somma delle distanze da due punti fissi, detti fuochi

Ⓒ la distanza da un punto fisso, detto centro   Ⓓ la distanza da un punto fisso, detto fuoco, e da una retta fissa, detta direttrice

10. I fuochi dell'iperbole di equazione $9y^2 - 16x^2 = 144$ sono i punti:

Ⓐ (0; ± 5)   Ⓑ (± 25; 0)   Ⓒ $(0; \pm\sqrt{7})$ Ⓓ (± 5; 0)

11. L'eccentricità dell'iperbole di equazione $9y^2 - 16x^2 = 144$ è:

Ⓐ 0,8   Ⓑ 0,75   Ⓒ $1,\overline{3}$ Ⓓ 1,25

12. $\left(\frac{4}{9}\right)^{x+1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3-x} \Rightarrow x =$

Ⓐ 1/3   Ⓑ nessun valore

Ⓒ – 5   Ⓓ 1

13. $\left(\frac{125}{8}\right)^{1-x} = \left(\frac{4}{25}\right)^{x+2} \Rightarrow x =$

Ⓐ – 1/5   Ⓑ 7

Ⓒ 5/4   Ⓓ 0

14. La disequazione $2^x < k$ è verificata $\forall x \in R^-$, se è:

Ⓐ $k = 0$ Ⓑ $k = 1$ Ⓒ $k < 0$ Ⓓ $0 < k < 1$

15. Se è $\log_m n + \log_m p = \log_m q - 1$, si ha:

Ⓐ $n p = q$ Ⓑ $m n p = q$ Ⓒ $n + p = q - m$ Ⓓ $n p = m q$

Dimostra che $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$

Pongo $\log_a b = x$, il che significa che $a^x = b$

Pongo $\log_a c = y$, il che significa che $a^y = c$

Perciò: $b \cdot c = a^x \cdot a^y = a^{x+y}$.

Applicando la definizione di logaritmo: $\log_a(b\,c) = x + y$

e, in base a quanto detto in fase iniziale: $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ c.v.d.

Dopo aver dimostrato che, se è $\log_a b = c$, è pure $\log_{a^n} b = \dfrac{c}{n}$, semplifica la seguente espressione:

$$\frac{\log_3 5 + \log_9 5 + \log_{27} 5}{\log_{81} 5 + \log_9 25}$$

$$\log_{a^n} b = \frac{\log_a b}{\log_a a^n} = \frac{\log_a b}{n \log_a a} = \frac{\log_a b}{n} = \frac{c}{n}$$

Supponendo $\log_3 5 = k$

$$\frac{\log_3 5 + \log_9 5 + \log_{27} 5}{\log_{81} 5 + \log_9 25} = \frac{k + \log_{3^2} 5 + \log_{3^3} 5}{\log_{3^4} 5 + \log_{3^2} 5^2} = \frac{k + \frac{k}{2} + \frac{k}{3}}{\frac{k}{4} + 2 \cdot \frac{k}{2}} = \frac{\frac{11}{6}k}{\frac{5}{4}k} = \frac{11}{6} \cdot \frac{4}{5} = \underline{\underline{\frac{22}{15}}}$$

Completa:

Se due rette hanno lo stesso coefficiente angolare ....**sono parallele** ....

Due rette r_1 e r_2 (di coefficiente angolare rispettivamente m_1 e m_2) sono perpendicolari se e solo se..... **$m_1 = -1/m_2$**..........

La parabola di equazione $y = a\,x^2$ ha vertice .... **nell'origine del piano cartesiano** ....

Una parabola di equazione $y = ax^2 + c$ è simmetrica ....**rispetto all'asse y** ....

La circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ passa per .... **l'origine del piano cartesiano** ....

La circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = r^2$ ha centro ....**nell'origine del piano cartesiano** ....

Un'ellisse di equazione $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$ ha come centro di simmetria .... **l'origine del piano cartesiano** ....

Un'ellisse di equazione $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$ ha come assi di simmetria ....**gli assi cartesiani**.........................

Un'iperbole di equazione $b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2$ ha come centro di simmetria .... **l'origine del piano cartesiano** ....

Un'iperbole di equazione $b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2$ ha come assi di simmetria ....**gli assi cartesiani**.........................

L'iperbole equilatera $y = \dfrac{a\,x}{c\,x + d}$ passa per ....**l'origine del piano cartesiano**.................................

L'iperbole $y = \dfrac{a\,x + b}{c\,x + d}$ ha eccentricità .... **$\sqrt{2}$, dato che è un'iperbole equilatera** ....