1. $2^{x+2} - 2^{x-1} + 3 \cdot 2^{x+1} = 19$

$2^x \cdot 2^2 - 2^x \cdot 2^{-1} + 3 \cdot 2 \cdot 2^x = 19$ $\qquad 2^x\left(2^2 - \frac{1}{2} + 3 \cdot 2\right) = 19$

$2^x \cdot \frac{19}{2} = 19$ $\qquad 2^x = 2^1$ $\qquad \underline{\underline{x = 1}}$

2. $\dfrac{5^x \cdot \sqrt{5^{x-1}}}{25^{x+3}} \geq 25$

$\dfrac{5^x \cdot 5^{\frac{x-1}{2}}}{(5^2)^{x+3}} \geq 5^2$ $\qquad 5^{x + \frac{x-1}{2} - 2(x+3)} \geq 5^2$

$2x + x - 1 - 4x - 12 \geq 4$ $\qquad -x \geq 17$ $\qquad \underline{\underline{x \leq -17}}$

3. $\log_3(x^2 - 7x - 5) = 1$

$\log_3(x^2 - 7x - 5) = \log_3 3$ $\qquad x^2 - 7x - 5 = 3$ $\qquad x^2 - 7x - 8 = 0$

$x_{1,2} = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{2} \left< \begin{matrix} 8 \\ -1 \end{matrix} \right.$ $\qquad$ accettabili entrambe $\qquad \underline{\underline{x_1 = 8}}$ $\qquad \underline{\underline{x_2 = -1}}$

4. $\ln(x-5) - \ln(2x) \leq \ln(x-1) - \ln(2x+4)$

Procedo con le condizioni di esistenza, ponendo gli argomenti dei due logaritmi maggiori di zero:

$$\begin{cases} x - 5 > 0 \\ 2x > 0 \\ x - 1 > 0 \\ 2x + 4 > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 5 \\ x > 0 \\ x > 1 \\ x > -2 \end{cases} \qquad x > 5$$

$\ln(x-5) + \ln(2x+4) \leq \ln(x-1) + \ln(2x)$ $\qquad \ln[(x-5)(2x+4)] \leq \ln[(x-1)(2x)]$

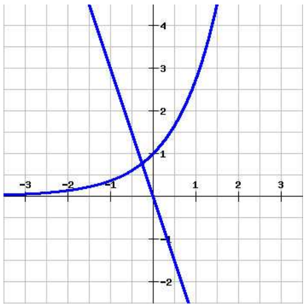
$(x-5)(2x+4) \leq (x-1)(2x)$ $\qquad 2x^2 + 4x - 10x - 20 \leq 2x^2 - 2x$ $\qquad x \geq -5$

Mettendo a sistema con le condizioni di esistenza: $\begin{cases} x \geq -5 \\ x > 5 \end{cases}$ $\qquad \underline{\underline{x > 5}}$

5. Risolvi graficamente: $e^x + 3x = 0$

$$e^x = -3x$$

$$\begin{cases} y = e^x \\ y = -3x \end{cases}$$



Il sistema ha una sola soluzione, compresa tra – 0,5 e 0.

6. Determina l'equazione dell'ellisse avente vertice A (5; 0), con i fuochi sull'asse x e di eccentricità 4/5.

$$\begin{cases} e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{4}{5} \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 4 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 16 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

7. Determina l'equazione dell'iperbole omografica passante per l'origine e con centro di simmetria nel punto (3; 2).

La generica equazione dell'iperbole omografica è: $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$

Passando per l'origine, l'equazione diventa: $y = \dfrac{ax}{cx + d}$

Le generiche coordinate del centro di simmetria sono: $\left(-\dfrac{d}{c}; \dfrac{a}{c} \right)$

Perciò: $$\begin{cases} -\dfrac{d}{c} = 3 \\ \dfrac{a}{c} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -3c \\ a = 2c \end{cases} \Rightarrow y = \frac{2cx}{cx - 3c} = \frac{2cx}{c(x-3)} \Rightarrow y = \frac{2x}{x-3}$$