

1. Verifica le seguenti uguaglianze:

a. $(a - b)^3 + 3ab(a - b) - a^3 = (x - b)^2 - b(b - 2x) + (x + b)(b - x) - b^2(b + 1)$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2b - 3ab^2 - a^3 = x^2 - 2bx + b^2 - b^2 + 2bx + b^2 - x^2 - b^3 - b^2 - b^3 = -b^3$$

b. $[(x + 1)(x - 4) + 4]^2 : (-x)^2 - 3(3 - 2x) + 4 = (x - 2)(x + 2) + 8$

$$[x^2 - 4x + x - 4 + 4]^2 : x^2 - 9 + 6x + 4 = x^2 - 4 + 8$$

$$[x^2 - 3x]^2 : x^2 - 9 + 6x + 4 = x^2 + 4$$

$$(x^4 - 6x^3 + 9x^2) : x^2 - 9 + 6x + 4 = x^2 + 4$$

$$x^2 - 6x + 9 - 9 + 6x + 4 = x^2 + 4$$

$$x^2 + 4 = x^2 + 4$$

c. $\{-[-3(x - 1)(x + 2) + 4x(x - 1)] - 7x\}^2 - x^4 = 6(x - 1)^2 + 12x\left(\frac{1}{2}x + 1\right) + 30$

$$\{-[-3(x^2 + x - 2) + 4x^2 - 4x] - 7x\}^2 - x^4 = 6(x^2 - 2x + 1) + 6x^2 + 12x + 30$$

$$\{-[-3x^2 - 3x + 6 + 4x^2 - 4x] - 7x\}^2 - x^4 = 6x^2 - 12x + 6 + 6x^2 + 12x + 30$$

$$\{-[x^2 - 7x + 6] - 7x\}^2 - x^4 = 12x^2 + 36$$

$$\{-x^2 + 7x - 6 - 7x\}^2 - x^4 = 12x^2 + 36$$

$$(-x^2 - 6)^2 - x^4 = 12x^2 + 36$$

$$x^4 + 12x^2 + 36 - x^4 = 12x^2 + 36$$

$$+ 12x^2 + 36 = 12x^2 + 36$$

2. Semplifica le seguenti espressioni:

a. $(2a + b)^3 - (2a + b)(4a + b^2) - 4ab^2 - 4ab(3a - 1) + 1$

$$= 8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3 - (8a^2 + 2ab^2 + 4ab + b^3) - 4ab^2 - 12a^2b + 4ab + 1 =$$

$$= 8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3 - 8a^2 - 2ab^2 - 4ab - b^3 - 4ab^2 - 12a^2b + 4ab + 1 =$$

$$= 8a^3 - 8a^2 + 1$$

b. $(7x - 5)(x + 4) - 3x(x - 1)^2 + 3x^3 - 13(1 + x)^2 + 6x + 35$

$$= 7x^2 + 28x - 5x - 20 - 3x(x^2 - 2x + 1) + 3x^3 - 13(1 + 2x + x^2) + 6x + 35 =$$

$$= 7x^2 + 28x - 5x - 20 - 3x^3 + 6x^2 - 3x + 3x^3 - 13 - 26x - 13x^2 + 6x + 35 = 2$$

3. Esegui la seguente divisione e verifica il risultato ottenuto:

$$(2x^5 + x^4 - x^3) : (x^3 - x + 1)$$

$$\begin{array}{r|l}
 2x^5 + x^4 - x^3 & x^3 - x + 1 \\
 -2x^5 + 2x^3 - 2x^2 & 2x^2 + x + 1 \\
 \hline
 +x^4 + x^3 - 2x^2 & \\
 -x^4 + x^2 - x & \\
 \hline
 +x^3 - x^2 - x & \\
 -x^3 + x - 1 & \\
 \hline
 -x^2 - 1 &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Verifica: } & (2x^2 + x + 1)(x^3 - x + 1) - x^2 - 1 = \\
 & = 2x^5 - 2x^3 + 2x^2 + x^4 - x^2 + x + x^3 - x + 1 - x^2 - 1 = 2x^5 + x^4 - x^3
 \end{aligned}$$

4. Esegui le seguenti divisioni applicando la regola di Ruffini:

a. $(5x^3 - 7x + 2) : (x - 1)$

$$\begin{array}{r|rrrr|r}
 1 & 5 & 0 & -7 & 2 \\
 & & 5 & 5 & -2 \\
 \hline
 & 5 & 5 & -2 & 0
 \end{array}$$

$$Q(x) = 5x^2 + 5x - 2$$

$$R(x) = 0$$

b. $(x^4 - 2ax^3 - 4a^2x^2 + 9a^3x - 2a^4) : (x - 2a)$

$$\begin{array}{r|rrrr|r}
 2a & 1 & -2a & -4a^2 & +9a^3 & -2a^4 \\
 & & 2a & 0 & -8a^3 & 2a^4 \\
 \hline
 & 1 & 0 & -4a^2 & a^3 & 0
 \end{array}$$

$$Q(x) = x^3 - 4a^2x + a^3$$

$$R(x) = 0$$

5. Determina il resto della seguente divisione, senza eseguire l'operazione:

$$[(x - 2)^3 + 3x(x^2 - 4) + 2x(x - 1)(x + 4) - 16] : (x - 2)$$

$$R = A(2) = (2 - 2)^3 + 3 \cdot 2(2^2 - 4) + 2 \cdot 2(2 - 1)(2 + 4) - 16 = 0 + 0 + 24 - 16 = 8$$