

1. Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false:

	V	F
La somma di due monomi può non essere un monomio	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il quadrato di un monomio di terzo grado è un monomio di sesto grado	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il prodotto di due monomi simili è uguale al quadrato di uno dei due monomi	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Due monomi fra loro divisibili sono simili	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$2a$ è un divisore di $4a$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5 è un divisore di $10b$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$5a$ è un divisore di $10b$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$2a$ è multiplo di 4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$3ab$ è multiplo di b	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il minimo comune multiplo tra due monomi ha il grado uguale alla somma dei gradi dei due monomi	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il Massimo Comune Divisore fra due monomi è sempre divisibile per entrambi i monomi	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il Massimo Comune Divisore fra due monomi simili è simile al loro minimo comune multiplo	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il minimo comune multiplo fra due monomi opposti è il quadrato di uno dei due monomi	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il Massimo Comune Divisore fra due monomi simili è simile ai due monomi	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il prodotto $(5a + x)(5a - x)$ è notevole	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il quadrato del binomio $(a + 3b)$ è uguale ad $a^2 + 9b^2$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Due binomi opposti hanno lo stesso quadrato	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il grado di un polinomio è il maggiore fra i gradi dei monomi che lo compongono	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Un polinomio ordinato non può essere omogeneo	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Un polinomio omogeneo non può essere completo rispetto a una lettera	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$a^3 + (a^2 + b^2)$ è un polinomio	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il grado di un polinomio è l'esponente più alto fra quelli presenti	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Un polinomio omogeneo non può essere di primo grado	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il quadrato di un polinomio è dato dal prodotto del polinomio per se stesso	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Due binomi opposti hanno cubi opposti	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La divisione fra un polinomio e il polinomio nullo dà come quoziente e come resto due polinomi nullo	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Se si divide il polinomio nullo per un monomio non nullo, il risultato è uguale a zero	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La divisione tra un polinomio e un monomio è sempre possibile	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
La somma di due polinomi uguali è il polinomio nullo	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Un polinomio P ha grado m e un polinomio Q ha grado n . Il polinomio prodotto ha grado $m+n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Traduci le seguenti frasi mediante l'uguaglianza fra due espressioni con monomi:

Il doppio del prodotto del doppio di a per l'opposto di b è uguale all'opposto del quadruplo del prodotto di a e b . $2 \cdot 2a \cdot (-b) = -4ab$

Il quoziente fra il quadrato del doppio del prodotto di a e b e il doppio del quadrato di b è uguale al doppio del quadrato di a . $\frac{(2ab)^2}{2b^2} = 2a^2$

3. Calcola minimo comune multiplo e Massimo Comune Divisore tra i seguenti gruppi di monomi, compilando la tabella:

	Massimo Comune Divisore	minimo comune multiplo
$-2xy^3z; 6x^3yz; 8x^3z$	$2xz$	$24x^3y^3z$
$\frac{1}{4}ab^2c^2; -3a^2b^2c^2; -\frac{1}{2}a^3b^2c^2$	ab^2c^2	$a^3b^2c^2$
$3a^{n+1}b^{2m}; 6a^nb^{2m+4}$	$3a^nb^{2m}$	$6a^{n+1}b^{2m+4}$

4. Scrivi un polinomio ordinato e completo di quarto grado rispetto alla lettera x e di grado zero rispetto a qualunque altra lettera.

$$5x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1$$

5. Scrivi un polinomio omogeneo di terzo grado nelle variabili x e y, ordinato secondo le potenze decrescenti di x e completo.

$$x^3 + 7x^2y - 5xy^2 + y^3$$

6. Calcola rapidamente:

$$29^2 = (30 - 1)^2 = 900 - 60 + 1 = \mathbf{841}$$

$$39 \cdot 41 = (40 - 1)(40 + 1) = 1600 - 1 = \mathbf{1599}$$

7. Semplifica le seguenti espressioni:

a. $(a - 3)^2 - 2(a - 3)(a + 3) + (a + 3)^2$

$$= a^2 - 6a + 9 - 2(a^2 - 9) + a^2 + 6a + 9 = 2a^2 + 18 - 2a^2 + 18 = \mathbf{36}$$

b. $\left(\frac{1}{2}a^2 - b^2\right)^2 - \left(\frac{1}{2}a^2 + b^2\right)^2 + (-3ab)^2$

$$= \frac{1}{4}a^4 - a^2b^2 + b^4 - \left(\frac{1}{4}a^4 + a^2b^2 + b^4\right) + 9a^2b^2 = \frac{1}{4}a^4 - a^2b^2 + b^4 - \frac{1}{4}a^4 - a^2b^2 - b^4 + 9a^2b^2 = \mathbf{7a^2b^2}$$

c. $(1 - 2a^2)(1 + 2a^2) + (5a^2 - 1)^2 - 2(1 - 4a^2)^2 - [-2a^4 - (3a^2 - 1)^2]$

$$= 1 - 4a^4 + 25a^4 - 10a^2 + 1 - 2(1 - 8a^2 + 16a^4) - [-2a^4 - (9a^4 - 6a^2 + 1)] =$$

$$= 1 - 4a^4 + 25a^4 - 10a^2 + 1 - 2 + 16a^2 - 32a^4 - [-2a^4 - 9a^4 + 6a^2 - 1] =$$

$$= 1 - 4a^4 + 25a^4 - 10a^2 + 1 - 2 + 16a^2 - 32a^4 + 2a^4 + 9a^4 - 6a^2 + 1 = \mathbf{1}$$

d. $\{[x^3 - y^3 + (x + y)^3 + 2x^2y - x(2x + 3y)(x + y)]^2 - 2\}^3$

$$= \{[x^3 - y^3 + x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 2x^2y - x(2x^2 + 2xy + 3xy + 3y^2)]^2 - 2\}^3 =$$

$$= \{[2x^3 + 5x^2y + 3xy^2 - 2x^3 - 5x^2y - 3xy^2]^2 - 2\}^3 = (-2)^3 = \mathbf{-8}$$

e. $(x - 2y)^3 - (x + 2y)^3 + 3(2xy)^2: (-y) + y(4y - 3)(4y + 3) + 24x^2y$

$$= x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3 - x^3 - 6x^2y - 12xy^2 - 8y^3 + 3(4x^2y^2): (-y) + y(16y^2 - 9) + 24x^2y =$$

$$= 12x^2y - 16y^3 + 3(-4x^2y) + 16y^3 - 9y =$$

$$= 12x^2y - 12x^2y - 9y = \mathbf{-9y}$$

8. Calcola:

$$(a + b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

$$(a^2 - 2)^5 = a^{10} - 10a^8 + 40a^6 - 80a^4 + 80a^2 - 32$$