

1. Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false:

	V	F
Il quadrato di un monomio di terzo grado è un monomio di sesto grado	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La somma di due monomi può non essere un monomio	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Due monomi fra loro divisibili sono simili	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il prodotto di due monomi simili è uguale al quadrato di uno dei due monomi	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5 è un divisore di 10 b	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2a è un divisore di 4a	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2a è multiplo di 4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5a è un divisore di 10 b	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il minimo comune multiplo tra due monomi ha il grado uguale alla somma dei gradi dei due monomi	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3ab è multiplo di b	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il Massimo Comune Divisore fra due monomi simili è simile al loro minimo comune multiplo	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il Massimo Comune Divisore fra due monomi è sempre divisibile per entrambi i monomi	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il Massimo Comune Divisore fra due monomi simili è simile ai due monomi	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il minimo comune multiplo fra due monomi opposti è il quadrato di uno dei due monomi	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il quadrato del binomio $(a + 3b)$ è uguale ad $a^2 + 9 b^2$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il prodotto $(5a + x)(5a - x)$ è notevole	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il grado di un polinomio è il maggiore fra i gradi dei monomi che lo compongono	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Due binomi opposti hanno lo stesso quadrato	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Un polinomio omogeneo non può essere completo rispetto a una lettera	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Un polinomio ordinato non può essere omogeneo	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Il grado di un polinomio è l'esponente più alto fra quelli presenti	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$a^3 + (a^2 + b^2)$ è un polinomio	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il quadrato di un polinomio è dato dal prodotto del polinomio per se stesso	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Un polinomio omogeneo non può essere di primo grado	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
La divisione fra un polinomio e il polinomio nullo dà come quoziente e come resto due polinomi nullo	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Due binomi opposti hanno cubi opposti	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La divisione tra un polinomio e un monomio è sempre possibile	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Se si divide il polinomio nullo per un monomio non nullo, il risultato è uguale a zero	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Un polinomio P ha grado m e un polinomio Q ha grado n . Il polinomio prodotto ha grado $m+n$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La somma di due polinomi uguali è il polinomio nullo	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

2. Traduci le seguenti frasi mediante l'uguaglianza fra due espressioni con monomi:

Il doppio del prodotto di a per l'opposto del doppio di b è uguale all'opposto del quadruplo del prodotto di a e b . $2 \cdot a \cdot 2(-b) = -4ab$

Il quoziente fra il quadrato del doppio del prodotto di a e b e il doppio del quadrato di a è uguale al doppio del quadrato di b . $\frac{(2ab)^2}{2a^2} = 2b^2$

3. Calcola minimo comune multiplo e Massimo Comune Divisore tra i seguenti gruppi di monomi, compilando la tabella:

	Massimo Comune Divisore	minimo comune multiplo
$-3xy^2z; 6x^3y; 15x^3z$	$3x$	$30x^3y^2z$
$\frac{1}{4}ab^3c^2; -3a^2b^2c; -\frac{1}{2}a^3b^2c^2$	ab^2c	$a^3b^3c^2$
$2a^{n+1}b^{2m}; 8a^nb^{2m+4}$	$2a^nb^{2m}$	$8a^{n+1}b^{2m+4}$

4. Scrivi un polinomio ordinato e completo di quarto grado rispetto alla lettera x e di grado zero rispetto a qualunque altra lettera.

$$5x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1$$

5. Scrivi un polinomio omogeneo di terzo grado nelle variabili x e y, ordinato secondo le potenze decrescenti di x e completo.

$$x^3 + 7x^2y - 5xy^2 + y^3$$

6. Calcola rapidamente:

$$39^2 = (40 - 1)^2 = 1600 - 80 + 1 = \mathbf{1521}$$

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1) = 900 - 1 = \mathbf{899}$$

7. Semplifica le seguenti espressioni:

a. $(a - 2)^2 - 2(a - 2)(a + 2) + (a + 2)^2$

$$= a^2 - 4a + 4 - 2(a^2 - 4) + a^2 + 4a + 4 = 2a^2 + 8 - 2a^2 + 8 = \mathbf{16}$$

b. $\left(\frac{1}{2}a^2 - b^2\right)^2 - \left(\frac{1}{2}a^2 + b^2\right)^2 + (-4ab)^2$

$$= \frac{1}{4}a^4 - a^2b^2 + b^4 - \left(\frac{1}{4}a^4 + a^2b^2 + b^4\right) + 16a^2b^2 = \frac{1}{4}a^4 - a^2b^2 + b^4 - \frac{1}{4}a^4 - a^2b^2 - b^4 + 16a^2b^2 = \mathbf{14a^2b^2}$$

c. $(1 + 2a^2)(1 - 2a^2) + (1 - 5a^2)^2 - 2(4a^2 - 1)^2 - [-2a^4 - (1 - 3a^2)^2]$

$$= 1 - 4a^4 + 25a^4 - 10a^2 + 1 - 2(1 - 8a^2 + 16a^4) - [-2a^4 - (9a^4 - 6a^2 + 1)] =$$

$$= 1 - 4a^4 + 25a^4 - 10a^2 + 1 - 2 + 16a^2 - 32a^4 - [-2a^4 - 9a^4 + 6a^2 - 1] =$$

$$= 1 - 4a^4 + 25a^4 - 10a^2 + 1 - 2 + 16a^2 - 32a^4 + 2a^4 + 9a^4 - 6a^2 + 1 = \mathbf{1}$$

d. $\{[x^3 - y^3 + (x + y)^3 + 4x^2y - x(x + 3y)(2x + y)]^2 - 1\}^3$

$$= \{[x^3 - y^3 + x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 4x^2y - x(2x^2 + xy + 6xy + 3y^2)]^2 - 2\}^3 =$$

$$= \{[2x^3 + 7x^2y + 3xy^2 - 2x^3 - 7x^2y - 3xy^2]^2 - 1\}^3 = (-1)^3 = \mathbf{-1}$$

e. $(x + 2y)^3 - (x - 2y)^3 + 3(2xy)^2: (-y) + y(3 - 4y)(3 + 4y)$

$$= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 - x^3 + 6x^2y - 12xy^2 + 8y^3 + 3(4x^2y^2): (-y) + y(9 - 16y^2) =$$

$$= 12x^2y + 16y^3 + 3(-4x^2y) + 9y - 16y^3 =$$

$$= 12x^2y - 12x^2y + 9y = \mathbf{+9y}$$

8. Calcola:

$$(x + y)^6 = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6$$

$$(2 - x^2)^5 = 32 - 80x^2 + 80x^4 - 40x^6 + 10x^8 - x^{10}$$