

I LOGARITMI

DEFINIZIONE:

Dati due numeri positivi a e b, con $a \neq 1$, si chiama LOGARITMO IN BASE a DEL NUMERO b l'esponente a cui si deve elevare la base a per ottenere b.

$$\log_a b = x \iff a^x = b$$

LOGARITMO: dal greco "logos aritmos", cioè "numero della ragione"

N.B.: b si chiama "argomento" del logaritmo e deve essere un numero positivo

OSSERVAZIONI:

- $\log_a a = 1$, perché $a^1 = a$

- $\log_a 1 = 0$, perché $a^0 = 1$

- non si può parlare di logaritmo rispetto alla base 1, o rispetto a una base negativa o nulla

ESEMPI:

 $-\log_3 27 = 3$, perché $3^3 = 27$

 $-\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}=2, \operatorname{perch\acute{e}}\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

- $\log_2 64 = 6$, perché $2^6 = 64$

TEOREMI FONDAMENTALI SUI LOGARITMI:

$$-\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$-\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c \qquad \Rightarrow \qquad \log_a \frac{1}{c} = -\log_a c$$

$$-\log_a b^c = c \log_a b$$

$$-\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n}\log_a b$$

REGOLA DEL CAMBIAMENTO DI BASE:

$$-\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$