

**Istituto Omnicomprensivo “Decio Celeri”**

Scuola dell’infanzia – Scuola Primaria – Scuola Secondaria di I grado

Liceo Artistico – Classico – Scientifico – Scienze Applicate – Sportivo

Via Nazario Sauro, 2 – 24065 Lovere (BG) – Tel. 035 983177 – C.F. 81004920161 – Cod.Mecc. BGIS00100R

[www.liceoceleri.edu.it](http://www.liceoceleri.edu.it) e-mail: [bgis00100r@istruzione.it](mailto:bgis00100r@istruzione.it) posta certificata: [bgis00100r@pec.istruzione.it](mailto:bgis00100r@pec.istruzione.it)CLASSI 3<sup>A</sup> A/C LICEO SCIENTIFICO

17 maggio 2025

Prova parallela di fine anno

120 minuti – 100% – **Matematica**

COGNOME \_\_\_\_\_ NOME \_\_\_\_\_

**GRIGLIA DI VALUTAZIONE:**

|                                          |                                                                                                                                                                                    |           |
|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>COMPRENDERE</b>                       | Analizzare la situazione problematica. Identificare i dati e interpretarli. Effettuare gli eventuali collegamenti e adoperare i codici grafico-simbolici necessari                 | _____ / 5 |
| <b>INDIVIDUARE</b>                       | Conoscere i concetti matematici utili alla soluzione.<br>Analizzare possibili strategie risolutive e individuare la strategia più adatta                                           | _____ / 6 |
| <b>SVILUPPARE IL PROCESSO RISOLUTIVO</b> | Risolvere la situazione problematica in maniera coerente, completa e corretta, applicando le regole ed eseguendo i calcoli necessari                                               | _____ / 5 |
| <b>ARGOMENTARE</b>                       | Commentare e giustificare opportunamente la scelta della strategia risolutiva, i passaggi fondamentali del processo esecutivo e la coerenza dei risultati al contesto del problema | _____ / 4 |

Il problema è valutato il 50% della prova – Ogni quesito scelto è valutato il 12,5% della prova

**Risolvi uno dei due problemi e rispondi a quattro quesiti del questionario****Problema 1**

Nel piano xOy:

- A. determinare l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}$ , tangente nell'origine alla retta di equazione  $2x + 3y = 0$ , e il cui centro  $C$  appartiene alla retta  $5x - 4y + 2 = 0$ ;
- B. dato il quadrato OABD inscritto nella circonferenza, individuarne i vertici;
- C. determinare l'equazione dell'ellisse simmetrica rispetto agli assi, passante per i vertici A e D del quadrato e verificare che ha area doppia rispetto a quella della circonferenza  $\mathcal{C}$ ;
- D. determinare l'area della superficie individuata dalla sovrapposizione della circonferenza e dell'ellisse.

**Problema 2**

Nel piano xOy:

- A. determinare l'equazione della parabola che ha apertura minore, con asse parallelo all'asse x che passa per  $A(-3; 1)$ ,  $B(1; -3)$  e ha vertice di ascissa  $-\frac{7}{2}$ ;
- B. essendo  $t$  la tangente alla parabola nel suo punto P di ascissa 1 e ordinata positiva, determinare l'equazione dell'iperbole avente per asintoti gli assi cartesiani e passante per P, verificando che la sua tangente in tale punto è perpendicolare a  $t$ ;
- C. essendo Q e R gli ulteriori punti d'intersezione tra la parabola e l'iperbole, con Q punto di ascissa minore, determinare l'area del trapezio PSQR inscritto nella parabola, dopo aver individuato il vertice S.

**QUESTIONARIO**

1. Si sa che in una coltura batterica il numero di batteri presenti triplica ogni due giorni.
  - A. Ipotesizzando che la crescita abbia un andamento esponenziale del tipo  $N = N_0 e^{kt}$ , dove  $N$  rappresenta il numero di batteri al tempo  $t$  (in giorni),  $N_0$  il numero di batteri nell'istante iniziale  $t = 0$ ,  $k$  una costante, determina il valore di  $k$ .
  - B. Sapendo che dopo 3 giorni dall'inizio dell'osservazione il numero di batteri presenti è  $3 \cdot 10^5$ , determina  $N_0$ .
  - C. Calcola di quanto è aumentata, in percentuale, la popolazione di batteri dopo 6 ore e dopo 18 ore.
2. Determinare il dominio della seguente funzione:  $y = \sqrt{2^x + 2^{2-x} - 5}$ .
3. Risolvere la seguente disequazione:  $\sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \log_2(x-1)} \geq 1$ .
4. Risolvere graficamente la disequazione:  $\log_2(x+1) > -1 + \sqrt{3+2x-x^2}$ .
5. Scritta l'equazione dell'iperbole equilatera traslata avente per asintoti le rette  $x = 2$  e  $y = 0$  e passante per il punto  $\left(0; -\frac{3}{2}\right)$ , determinare i punti  $P$  della curva tali che la congiungente  $P$  con l'origine degli assi formi un angolo di  $45^\circ$  con il semiasse positivo delle ascisse.
6. Tracciare la curva di equazione:
$$y = \begin{cases} |2^x - 4| & \text{se } x < 3 \\ 4 + \sqrt{2x - 6} & \text{se } 3 \leq x < 8 \end{cases}$$
7. Determinare le rette passanti per l'origine sulle quali l'iperbole  $25x^2 - y^2 = 1$  stacca corde di lunghezza  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ .
8. Considerare un'ellisse di centro  $O$ . Sia  $P$  un punto dell'ellisse,  $H$  la proiezione di  $P$  sull'asse focale e  $Q$  il punto di intersezione della tangente all'ellisse in  $P$  con l'asse focale. Dimostrare che il prodotto  $\overline{OH} \cdot \overline{OQ}$  è costante e uguale al quadrato della misura del semiasse maggiore dell'ellisse.