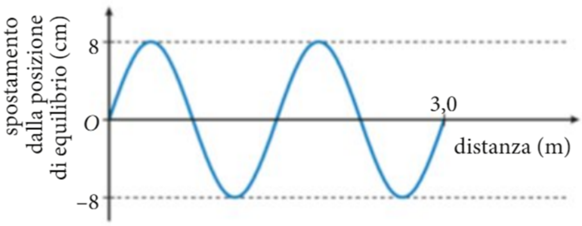
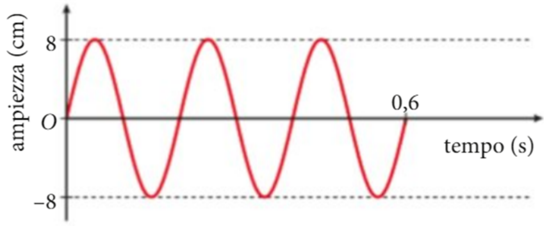
1. Nel grafico a sinistra è schematizzata l'immagine istantanea di una corda elastica lungo la quale si propaga un'onda. Il grafico a destra rappresenta come varia nel tempo la distanza dalla sua posizione di equilibrio di un punto della corda che oscilla a causa della propagazione dell'onda. Con quale velocità si propaga l'onda lungo la corda?



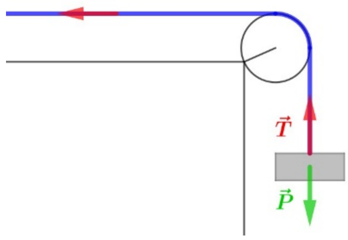


Dal primo grafico posso ricavare la lunghezza d'onda: sono presentati due periodi e, visto che la distanza totale è di $3{,}0\ m$, $\lambda = 1{,}5\ m$.
Dal secondo grafico posso ricavare il periodo: sono presentati tre periodi e, visto che il tempo totale è di $0{,}6\ s$, $T = 0{,}2\ s$.
Ora ho tutti gli elementi per determinare la velocità di propagazione: $v = \lambda/T = \mathbf{7,5\ m/s}$.

2. Una corda orizzontale, di massa $50\ g$ e lunghezza $2{,}5\ m$, è fatta passare nella gola di una carrucola ideale. Alla sua estremità è appeso un oggetto di massa $2{,}5\ kg$. Trascura la massa del tratto verticale della corda. Calcola la velocità di propagazione di un'onda sulla corda.

$$m_c = 50 \cdot 10^{-3}\ kg \qquad L = 2{,}5\ m \qquad m = 2{,}5\ kg \qquad v?$$

La velocità di propagazione di un'onda su una corda è data da: $$v = \sqrt{\frac{T}{m_c/L}}$$

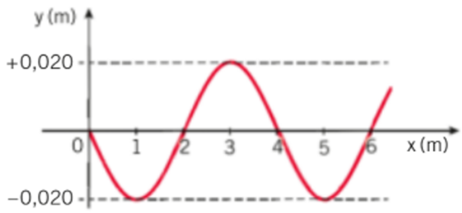


In questo caso la tensione è data dal peso dell'oggetto appeso, perciò: $$v = \sqrt{\frac{mg}{m_c/L}} = \mathbf{35\ m/s}$$

3. Il grafico rappresenta il profilo di un'onda a $t = 0\ s$. Il profilo dell'onda torna ad essere lo stesso per la prima volta dopo $4\ s$. Scrivi l'espressione matematica dell'onda.

Dal grafico posso dedurre $\lambda = 4\ m$, mentre il testo dichiara che $T = 4\ s$, perciò:

$$f = \frac{1}{T} = 0{,}25\ Hz$$

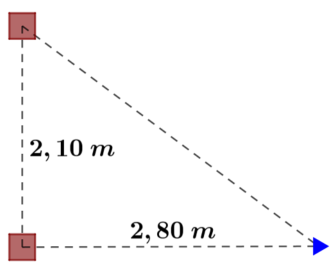


Sempre dal grafico posso ricavare l'ampiezza: $A = 0{,}020\ m$.
La generica equazione dell'onda è: $y = A \sin\left(2\pi f t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$, con segno negativo dato che l'onda si propaga nel verso positivo dell'asse x e, sostituendo i valori numerici dati:

$$\boldsymbol{y = (0,020\ m)\sin[(1,6\ s^{-1})\ t - (1,6\ m^{-1})\ x]}$$

4. Due casse acustiche sono a $2{,}10\ m$ di distanza. Un ascoltatore si trova davanti a una delle casse, con la testa alla stessa altezza della cassa e una distanza di $2{,}80\ m$. Le due casse e l'ascoltatore sono ai vertici di un triangolo rettangolo. Per la velocità del suono usa il valore di $343\ m/s$. Trova la frequenza per la quale la differenza delle distanze dalle sorgenti è uguale a mezza lunghezza d'onda.

$$L_c = 2{,}10\ m \qquad L_1 = 2{,}80\ m \qquad L_2 - L_1 = \lambda/2 \qquad v = 343\ m/s \qquad f?$$



Trattandosi di un triangolo rettangolo, posso determinare L_2 con il teorema di Pitagora, trattandosi dell'ipotenusa, mentre la distanza tra le casse e tra l'ascoltatore e una delle casse sono i cateti, perciò: $L_2 = \sqrt{L_1^2 + L_c^2}$. Sapendo inoltre che $v = \lambda f$, posso determinare la frequenza richiesta:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2(L_2 - L_1)} = \frac{v}{2\left(\sqrt{L_1^2 + L_c^2} - L_1\right)} = \mathbf{245\ Hz}$$

5. Un altoparlante emette dei suoni che, alla distanza di $20\ m$, hanno un livello di intensità sonora pari a $99\ dB$.
   A. Qual è la potenza dell'altoparlante?
   B. Di quanto bisogna allontanarsi perché il livello di intensità sonora si riduca di $9{,}0\ dB$?

$$r_1 = 20\ m \qquad \beta_1 = 99\ dB \qquad \beta_2 = 90\ dB \qquad P? \qquad r_2 - r_1?$$

A. Per definizione $\beta = 10 \log \frac{I}{I_o}$, dove I_o è l'intensità minima di un suono puro con una frequenza di $1000\ Hz$ che può essere percepita da un orecchio umano ed è $I_o = 1 \cdot 10^{-12}\ W/m^2$.

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I}{I_o} \quad \Rightarrow \quad \log \frac{I}{I_o} = \frac{\beta_1}{10} \quad \Rightarrow \quad I = I_o \cdot 10^{\frac{\beta_1}{10}}$$

Dalla definizione di intensità, che è il rapporto tra la potenza sonora e la superficie attraversata:

$$\frac{P}{4\pi r_1^2} = I_o \cdot 10^{\frac{\beta_1}{10}} \quad \Rightarrow \quad P = I_o \cdot 4\pi r_1^2 \cdot 10^{\frac{\beta_1}{10}} = \mathbf{40\ W}$$

B. Dato che il suono è lo stesso, la potenza sonora è la stessa, perciò posso esprimere la distanza in funzione delle altre variabili:

$$r_2 = \sqrt{\frac{P}{I_o \cdot 4\pi \cdot 10^{\frac{\beta_2}{10}}}} = 10^{-\frac{\beta_1}{20}} \sqrt{\frac{P}{4\pi I_o}} \quad \Rightarrow \quad r_2 - r_1 = 10^{-\frac{\beta_2}{20}} \cdot \sqrt{\frac{P}{4\pi I_o}} - r_1 = \mathbf{36\ m}$$

6. La corda di una chitarra deve essere accordata. Suonando contemporaneamente la corda e un diapason a $440\ Hz$ si odono battimenti di frequenza $3\ Hz$. Aumentando la tensione della corda, la sua frequenza aumenta e la frequenza dei battimenti diminuisce. Qual era la frequenza originaria della corda?

$$f_d = 440\ Hz \qquad f_b = 3\ Hz \qquad f_c?$$

La frequenza di battimento è data dalla differenza in valore assoluto tra la frequenza del diapason e quella della corda, $f_b = |f_c - f_d|$, perciò posso ottenere due diversi valori per la frequenza della corda:

$$f_c - f_d = \pm f_b \qquad \left\langle \begin{array}{l} f_{c_1} = f_d + f_b = 443\ Hz \\ f_{c_2} = f_d - f_b = 437\ Hz \end{array} \right.$$

So che se la frequenza della corda aumenta, la frequenza di battimento diminuisce:

- nel primo caso, $f_b = f_{c_1} - f_d$, e aumentando f_{c_1} (cioè il minuendo), f_b aumenta
- nel secondo caso, $f_b = f_d - f_{c_2}$, e aumentando f_{c_2} (cioè il sottraendo), f_b diminuisce

Perciò: $\boldsymbol{f_c = 437\ Hz}$

7. Un'automobile e una moto viaggiano nella stessa direzione ma in verso opposto, rispettivamente a $32\ m/s$ e a $17\ m/s$. Mentre i due veicoli si allontanano, il conducente dell'auto suona il clacson, che emette un'onda sonora di frequenza $380\ Hz$. Determina la frequenza del suono percepito dal motociclista.

$$v = 343\ m/s \qquad v_a = 32\ m/s \qquad v_m = 17\ m/s \qquad f_a = 380\ Hz \qquad f_m?$$

Siccome i due veicoli sono entrambi in moto, ho l'effetto della sorgente che si allontana (l'auto) e del ricevitore che si allontana (il motociclista). La frequenza percepita dal motociclista sarà:

$$f_m = f_a \frac{1 - \frac{v_m}{v}}{1 + \frac{v_a}{v}} = f_a \frac{v - v_m}{v + v_a} = \mathbf{330\ Hz}$$