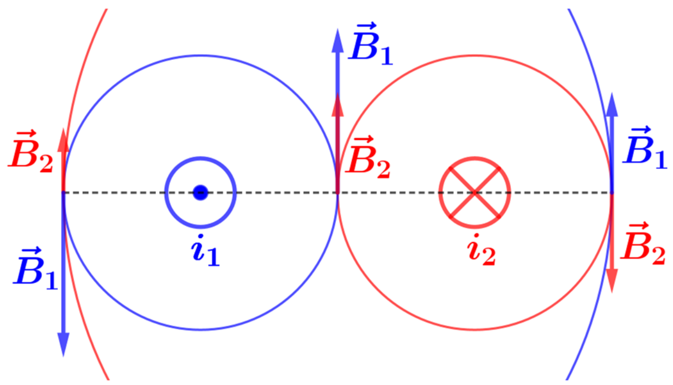
1. Due fili rettilinei paralleli molto lunghi e posti a distanza $2d$ l'uno dall'altro sono percorsi da correnti in versi opposti. L'intensità della corrente nel filo 1 è il triplo di quella nel filo 2. Determina in quale punto il campo magnetico totale è nullo.



Il campo magnetico generato da un filo percorso da corrente ha come linea di forza una circonferenza con centro nel filo. Nel caso del filo 1 il campo magnetico ha verso antiorario, visto che la corrente ha verso uscente dal foglio, mentre nel caso del filo 2, corrente entrante nel foglio, il campo magnetico ha verso orario. In un punto tra i due fili, dunque, il campo magnetico risultante non potrà essere nullo, dato che i due campi magnetici avranno la stessa direzione e lo stesso verso. Il campo magnetico risultante può essere nullo all'esterno. Considero un punto a distanza x dal filo 1 e a distanza $x + 2d$ dal filo 2. Sapendo che il campo magnetico generato da un filo rettilineo percorso da corrente ha modulo:

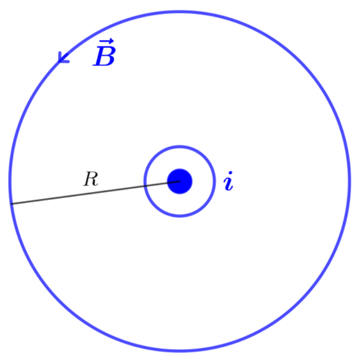
$$B = \mu_o \frac{i}{2\pi r}$$ dove r è la distanza dal filo, ottengo:

$$B_2 - B_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_o \frac{i_2}{2\pi(x+2d)} - \mu_o \frac{i_1}{2\pi x} \quad \Rightarrow \quad \frac{i_2}{x+2d} = \frac{3i_2}{x} \quad \Rightarrow \quad x = 3(x+2d) \quad \Rightarrow \quad x = -3d$$

Trattandosi di una distanza, x non può essere negativo, perciò il risultato non è accettabile. In effetti, a sinistra del filo 1, dato che il campo magnetico è direttamente proporzionale alla corrente e inversamente proporzionale alla distanza dal filo, e dato che la corrente del filo 1 è maggiore di quella del filo 2 e la distanza dal filo 1 è minore di quella dal filo 2, il campo magnetico generato dal filo 1 sarà maggiore di quello generato dal filo 2. Il campo magnetico sarà nullo a destra del filo 2, a una distanza x dal filo 2 e $x + 2d$ dal filo 1:

$$B_2 - B_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_o \frac{i_2}{2\pi x} - \mu_o \frac{i_1}{2\pi(x+2d)} \quad \Rightarrow \quad \frac{i_2}{x} = \frac{3i_2}{x+2d} \quad \Rightarrow \quad x + 2d = 3x \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{x = d}$$

2. Agli estremi di un lungo filo conduttore rettilineo è applicata una differenza di potenziale di $24\ V$. Il filo dissipa una potenza di $98\ W$ e genera un campo magnetico di modulo $1{,}3\ \mu T$ in un punto P esterno al filo. Calcola la distanza del punto P dal filo.



$$\Delta V = 24\ V \qquad P = 98\ W \qquad B = 1{,}3\ \mu T \qquad R?$$

Conoscendo la potenza dissipata dal filo, posso determinare la corrente, visto che la potenza può essere espressa in funzione della corrente e della differenza di potenziale:

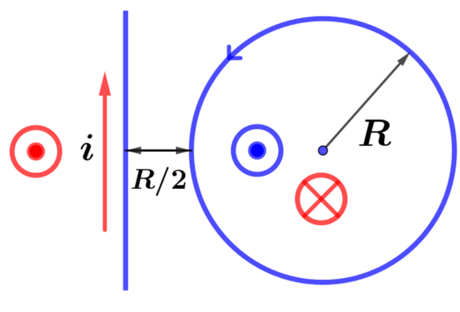
$$P = i \cdot \Delta V \quad \Rightarrow \quad i = \frac{P}{\Delta V}$$

Il campo magnetico generato da un filo percorso da corrente è direttamente proporzionale alla corrente e inversamente proporzionale alla distanza dal filo, come indicato nell'esercizio precedente, perciò:

$$B = \mu_o \frac{i}{2\pi R} \quad \Rightarrow \quad R = \mu_o \frac{i}{2\pi B} = \mu_o \frac{P}{2\pi B \cdot \Delta V} = \boldsymbol{63\ cm}$$

3. Una singola spira conduttrice di raggio R è posta vicino a un lungo filo rettilineo percorso da una corrente i, come mostrato in figura.
   A. In che verso deve scorrere la corrente nella spira per produrre un campo magnetico nullo nel centro della spira?
   B. Calcola, in funzione di i, l'intensità di corrente nella spira perché nel suo centro il campo magnetico totale sia nullo.

   A. La corrente i lungo il filo rettilineo genera un campo magnetico (indicato in rosso) che risulta entrante nel piano all'interno della spira, per la regola della mano destra (il campo magnetico di un filo percorso da corrente ha come linea di forza una circonferenza con centro nel filo, su un piano perpendicolare all'asse del filo). Perché il campo magnetico sia nullo al centro della spira, il campo magnetico della spira deve essere uscente dal piano (indicato in blu), quindi, applicando di nuovo la regola della mano destra, il verso della corrente lungo la spira deve essere **antiorario**.



B. Indicata con i_s la corrente della spira, il suo campo magnetico della spira è dato da:

$$B_s = \frac{\mu_o i_s}{2R}$$

Il campo magnetico generato dalla corrente che percorre il filo, al centro della spira cioè a una distanza di $\frac{3}{2}R$ dal filo, è dato da:

$$B_f = \frac{\mu_o i}{2\pi \cdot \left(\frac{3}{2}R\right)} = \frac{\mu_o i}{3\pi R}$$

Perché il campo magnetico all'interno della spira sia nullo, i due campi magnetici devono essere uguali in modulo:

$$B_s = B_f \quad \Rightarrow \quad \frac{\mu_o i_s}{2R} = \frac{\mu_o i}{3\pi R} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{i_s = i\frac{2}{3\pi}}$$

4. Un protone entra in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme di modulo pari a $35\ mT$ con una velocità di $1{,}9 \cdot 10^7 m/s$ che forma un angolo di $35°$ con la direzione del campo magnetico. Spiega perché il moto del protone è elicoidale e calcola il raggio dell'elica.

$$B = 35 \cdot 10^{-3}\ T \qquad v = 1{,}9 \cdot 10^7\ m/s \qquad \alpha = 35° \qquad R?$$

Quando il protone entra in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme con una velocità ad esso parallela, il protone non risente di nessuna forza e si muove di moto rettilineo uniforme.

Quando il protone entra in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme con una velocità ad esso perpendicolare, il protone risente della forza di Lorenz, che agisce come una forza centripeta, generando un moto circolare uniforme.

$$F_L = \left|q\,\vec{v} \times \vec{B}\right| = qvB\sin 90°$$

Quando il protone entra in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme con una velocità che forma una direzione qualsiasi con il campo magnetico, il moto del protone risulterà dalla composizione dei due moti: rettilineo uniforme, per la componente della velocità parallela al campo, e moto circolare uniforme, per la componente della velocità perpendicolare al campo, dando come risultato un moto **elicoidale**.

Determino il raggio dell'elica, ponendo la forza di Lorenz uguale a una forza centripeta, ma ricordando di usare solo la componente della velocità perpendicolare al campo:

$$F_L = F_c \quad \Rightarrow \quad qv_\perp B = m\frac{v_\perp^2}{R}$$

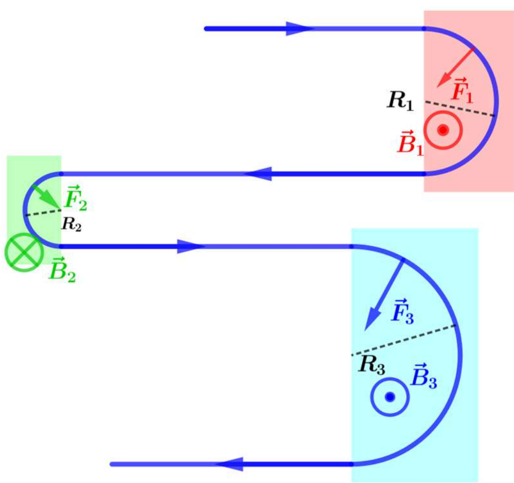
$$qBR = mv_\perp \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m\,v\sin\alpha}{qB} = \boldsymbol{3{,}25\ m}$$

5. Un protone attraversa tre regioni caratterizzate da tre campi magnetici uniformi diversi, come mostrato in figura 1.
   A. Stabilisci direzione e verso dei tre campi e ordinali per valore crescente di intensità.
   B. Supponi che la velocità iniziale del protone aumenti. Il raggio dei vari percorsi semicircolari aumenta, diminuisce o resta costante?

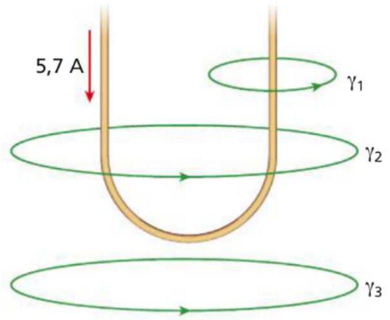
A. Con la regola della mano destra, sapendo che la forza di Lorenz è la forza centripeta che curva la traiettoria, posso determinare il verso dei tre campi magnetici, uscente dal foglio nel caso 1 e 3, entrante nel foglio nel caso 2. Inoltre, il campo magnetico di un filo percorso da corrente è inversamente proporzionale alla distanza dal filo, perciò:

$$R_2 < R_1 < R_3 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{B_3 < B_1 < B_2}$$

B. Dato che il raggio della traiettoria è direttamente proporzionale alla velocità (come evidenziato dall'esercizio precedente), all'aumentare della velocità, il raggio **aumenta**.



6. Dopo aver enunciato il teorema di Ampère, calcola la circuitazione del campo magnetico attraverso le tre linee raffigurate in figura 2 (considera il verso di percorrenza indicato per stabilire i segni).



Per il teorema di Ampère, la circuitazione del campo magnetico $\vec{B}$ lungo una curva chiusa γ qualsiasi è uguale al prodotto fra la permeabilità magnetica del vuoto e la somma algebrica delle correnti concatenate con γ, ovvero:

$$\Gamma_\gamma\left(\vec{B}\right)=\mu_o\sum_j i_j$$

Nel caso della curva chiusa γ_1, la corrente concatenata è diretta verso l'alto e genera un campo magnetico che percorre la curva in verso antiorario (concorde con il verso della curva), perciò:

$$\Gamma_{\gamma_1}\left(\vec{B}\right)=\mu_o i=\mathbf{7,2\cdot 10^{-6}\ Tm}$$

Nel caso della curva chiusa γ_2, ci sono due correnti concatenate, con uguale modulo e verso opposto, perciò la circuitazione è nulla:

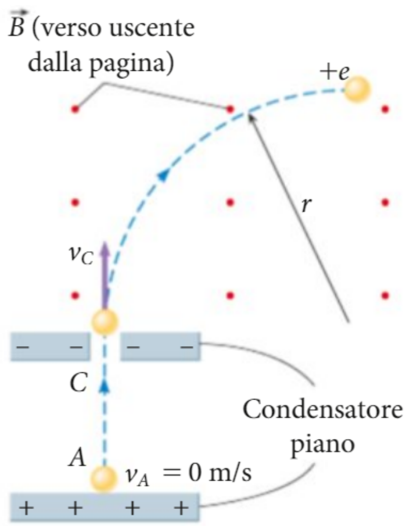
$$\Gamma_{\gamma_2}\left(\vec{B}\right)=\mu_o(i-i)=\mathbf{0\ Tm}$$

Nel caso della curva chiusa γ_3, non ci sono correnti concatenate, perciò la circuitazione è nulla:

$$\Gamma_{\gamma_3}\left(\vec{B}\right)=\mathbf{0\ Tm}$$

7. Un protone parte da fermo dal punto A, posto nelle immediate vicinanze dell'armatura positiva di un condensatore piano (figura sottostante), ed esce da un piccolo foro nel punto C dell'armatura negativa. La differenza di potenziale fra le armature è $V_A-V_C=2100\ V$. Una volta fuori dal condensatore, il protone entra in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme di $0{,}10\ T$. La velocità è perpendicolare al campo magnetico, che è diretto nel verso uscente dalla pagina. Calcola:
   A. la velocità v_C del protone quando esce dall'armatura negativa;
   B. il raggio r della traiettoria del protone nel campo magnetico.

La fisica di Cutnell e Johnson, Zanichelli, vol.2, esempio svolto pag.288



$$q=1{,}6\cdot 10^{-19}\ C \qquad m=1{,}67\cdot 10^{-27}\ kg \qquad v_A=0\ m/s$$
$$V_A-V_C=2100\ V \qquad B=0{,}10\ T \qquad v_C? \qquad r?$$

A. Il protone è accelerato da una forza elettrica, che è conservativa, perciò posso applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica, ricordando che la velocità iniziale del protone è nulla ($v_A=0\ m/s$), perciò è nulla anche l'energia cinetica della particella in A:

$$U_A+K_A=U_C+K_C \quad\Rightarrow\quad K_C=U_A-U_C$$

Ricordando poi che: $V=\frac{U}{q} \quad\Rightarrow\quad U_A-U_C=q(V_A-V_C)$

$$\frac{1}{2}mv_C^2=q(V_A-V_C) \quad\Rightarrow\quad v_C=\sqrt{\frac{2q}{m}(V_A-V_C)}=\mathbf{6,3\cdot 10^5\ m/s}$$

B. Sapendo che la forza di Lorenz agisce come forza centripeta, determinando la traiettoria circolare del protone, posso ottenere il raggio della traiettoria, ponendo il modulo della forza di Lorenz uguale alla generica espressione della forza centripeta:

$$\begin{cases}F_c=m\dfrac{v_C^2}{r}\\ F_L=qv_CB\sin 90°\end{cases} \quad\Rightarrow\quad m\frac{v_C^2}{r}=qv_CB \quad\Rightarrow\quad r=\frac{mv_C}{qB}=\frac{1}{B}\cdot\sqrt{\frac{2m}{q}(V_A-V_C)}=\mathbf{6,6\cdot 10^{-2}\ m}$$