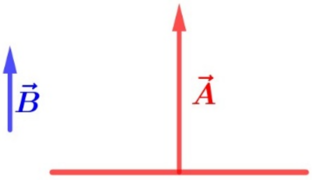
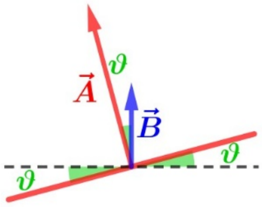
1. Una spira conduttrice circolare di raggio $2{,}4\ cm$ è immersa in un campo magnetico uniforme di modulo $90\ \mu T$, inizialmente perpendicolare al piano della spira. Poi la spira ruota intorno al suo diametro con una velocità angolare costante di $10\ rad/s$ in un intervallo di tempo di $10\ ms$. Calcola il flusso finale del campo magnetico attraverso la spira.

$$r = 2{,}4 \cdot 10^{-2}\ m \qquad \Delta t = 10 \cdot 10^{-3}\ s \qquad \omega = 10\ rad/s \qquad \vartheta_1 = 0° \qquad \Phi_2?$$





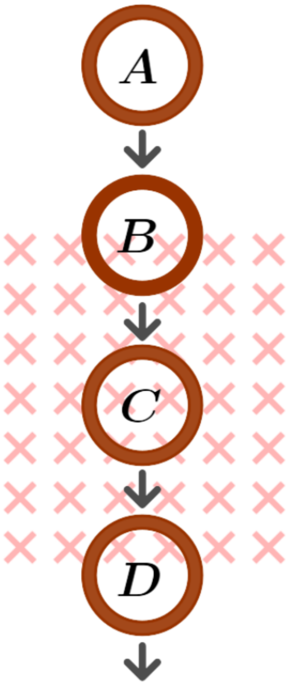
Prima di cominciare la rotazione la spira conduttrice è disposta perpendicolarmente al campo magnetico, perciò $\vartheta_1 = 0°$. L'angolo di rotazione, ϑ, è ottenibile dalla velocità angolare:

$$\omega = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta\vartheta = \omega\Delta t \quad \Rightarrow \quad \vartheta_2 = \vartheta_1 + \omega\Delta t = \omega\Delta t$$

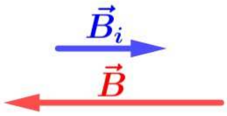
Per definizione il flusso del campo magnetico è dato dal prodotto scalare tra il campo magnetico e il vettore area:

$$\Phi_2 = \vec{B} \cdot \vec{\mathcal{A}} = B\mathcal{A}\cos\vartheta_2 = B\mathcal{A}\cos\vartheta_2 = \pi r^2\, B\cos\vartheta_2 = \mathbf{1{,}6 \cdot 10^{-7}\ Wb}$$

2. La figura a lato mostra un anello di rame che attraversa una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme entrante nella pagina. Per ciascuna delle quattro posizioni indicate stabilisci se esiste una corrente indotta nell'anello e, in caso affermativo, il suo verso, argomentando le tue motivazioni.

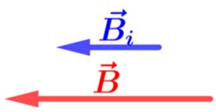


Scelto un vettore A concorde con il verso del vettore campo magnetico, procedo con l'analizzare le quattro situazioni.
Nella situazione **A**, l'anello è in una regione in cui non c'è campo magnetico, perciò non c'è variazione di flusso e, quindi, la forza elettromotrice è nulla. Ne consegue che non circola **nessuna corrente elettrica**.



Nel caso **B**, l'anello entra nel campo magnetico, perciò l'area dell'anello interessata dall'azione del campo magnetico aumenta. Di conseguenza, aumenta anche il flusso e il campo magnetico indotto, opponendosi a questo aumento, avrà verso opposto a quello del campo magnetico di partenza. Applicando la regola della mano destra, ottengo un **verso antiorario** per la corrente.

Nella situazione **C**, l'anello è in una regione in cui c'è un campo magnetico costante e non cambia l'area dell'anello investita dal campo. Perciò non c'è variazione del flusso del campo magnetico. Di conseguenza la forza elettromotrice è nulla e non circola **nessuna corrente elettrica**.



Nel caso **D**, l'anello esce dal campo magnetico, perciò l'area dell'anello interessata dall'azione del campo magnetico diminuisce. Di conseguenza, diminuisce anche il flusso e il campo magnetico indotto, opponendosi a questa diminuzione, avrà verso uguale a quello del campo magnetico di partenza. Applicando la regola della mano destra, ottengo un **verso orario** per la corrente.

3. Una barretta conduttrice lunga $67\ cm$ viene spostata senza attrito con velocità $v = 8{,}8\ m/s$ su due rotaie conduttrici che hanno resistenza trascurabile. Le rotaie sono chiuse su un resistore con $R = 5{,}8\ \Omega$. La barretta si muove in direzione perpendicolare a un campo magnetico di modulo $B = 0{,}65\ T$. Calcola il lavoro compiuto in $0{,}40\ s$ dalla forza esterna che muove la barretta.

$$l = 0{,}67\ m \qquad v = 8{,}8\ m/s \qquad R = 5{,}8\ \Omega \qquad B = 0{,}65\ T \qquad \Delta t = 0{,}40\ s \qquad L?$$

Le cariche che si trovano all'estremità della barretta in moto danno luogo a una forza elettromotrice indotta, che viene detta forza elettromotrice cinetica, analoga a quella esistente fra i terminali di una batteria. Per determinare la forza elettromotrice cinetica, bisogna porre uguali i moduli delle forze elettrica e di Lorentz che sono esercitate sulle cariche, ricordando che il campo elettrico è dato dal rapporto tra la differenza di potenziale e la lunghezza della barretta, ovvero $E = \mathcal{E}/l$:

$$\begin{cases} F_E = qE \\ F_L = qvB \end{cases} \qquad F_E = F_L \qquad \frac{\mathcal{E}}{l}q = qvB \qquad \mathcal{E} = Bvl$$

Ora applico la definizione di potenza come rapporto tra lavoro e intervallo di tempo e la definizione di potenza elettrica dissipata per effetto Joule e, dalla legge di Ohm, $\mathcal{E} = iR$, ottengo:

$$\begin{cases} P = \dfrac{L}{\Delta t} \\ P = i\mathcal{E} \end{cases} \qquad \begin{cases} P = \dfrac{L}{\Delta t} \\ P = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R} \end{cases} \qquad \frac{L}{\Delta t} = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \qquad \frac{L}{\Delta t} = \frac{(Bvl)^2}{R} \qquad L = \frac{(Bvl)^2}{R}\Delta t = \mathbf{1{,}0\ J}$$

4. Una spira circolare piana, di area $25\ dm^2$ e resistenza $R = 0{,}2\ \Omega$, è ferma in una regione in cui è presente un campo magnetico di intensità variabile $B(t) = -t^2 + 4t$ perpendicolare al piano della spira. Consideriamo un sistema di riferimento orientato verso l'alto: in questo modo il verso del vettore $\vec{B}$ è dato dal segno della funzione $B = B(t)$. Determina l'intensità di corrente indotta al variare del tempo e interpreta fisicamente il risultato ottenuto negli istanti $t = 1\ s$, $t = 2\ s$ e $t = 3\ s$.

$\mathcal{A} = 25 \cdot 10^{-2}\ m^2 \qquad R = 0{,}2\ \Omega \qquad B(t) = -t^2 + 4t \qquad \alpha = 0° \qquad i(1\ s)? \qquad i(2\ s)? \qquad i(3\ s)?$

Fisso come verso del vettore superficie della spira quello rivolto verso l'alto, quindi solidale con il sistema di riferimento per comodità.

Applico la legge di Faraday-Neumann-Lenz:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\mathcal{A}\frac{dB}{dt} = -\mathcal{A}(-2t + 4) = 2\mathcal{A}t - 4\mathcal{A}$$

Ho calcolato la derivata del campo magnetico rispetto al tempo e ora posso applicare la legge di Ohm per determinare la legge della corrente:

$$\mathcal{E} = iR \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{2\mathcal{A}}{R}(t - 2)$$

Ora sostituisco gli istanti di tempo dati:

$\boldsymbol{i(1s) = -2{,}5\ A}$ Siccome, per convenzione, la corrente che circola in verso antiorario ha segno positivo, nell'istante $1\ s$ la corrente circola in **senso orario**.

$\boldsymbol{i(2s) = 0\ A}$ Non circola nessuna corrente.

$\boldsymbol{i(3s) = 2{,}5\ A}$ Nell'istante $3\ s$ la corrente circola in **senso antiorario**.

5. Un solenoide è lungo $15\ cm$, è formato da 400 avvolgimenti con area $6{,}0 \cdot 10^{-4}\ m^2$ ed è percorso da una corrente di $0{,}40\ A$. Una bobina con 10 spire è avvolta strettamente attorno al solenoide. I terminali della bobina sono connessi a un resistore da $1{,}5\ \Omega$. A causa dell'apertura di un interruttore, la corrente del solenoide si annulla in $0{,}050\ s$. Calcola la corrente media indotta nella bobina.

$L_1 = 0{,}15\ m \qquad N_1 = 400 \qquad \mathcal{A} = 6{,}0 \cdot 10^{-4}\ m^2 \qquad i_1 = 0{,}40\ A \qquad N_2 = 10 \qquad R = 1{,}5\ \Omega \qquad \Delta t = 0{,}050\ s \qquad i_2?$

Il campo magnetico generato dalla corrente che attraversa il solenoide ha direzione coincidente con l'asse del solenoide e modulo dato da:

$$B = \mu_o \frac{N_1}{L_1} i_1$$

Il campo magnetico del solenoide induce una forza elettromotrice sulla bobina, che, per la legge di Faraday-Neumann-Lenz ha modulo:

$$\mathcal{E} = \frac{N_2 B \mathcal{A}}{\Delta t}$$

Applicando la legge di Ohm, posso determinare la corrente richiesta:

$$\mathcal{E} = i_2 R \quad \Rightarrow \quad i_2 = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{N_2 B \mathcal{A}}{R\,\Delta t} = \frac{\mu_o N_1 N_2 \mathcal{A}}{R L_1\,\Delta t} i_1 = \mathbf{1{,}1 \cdot 10^{-4}\ A}$$