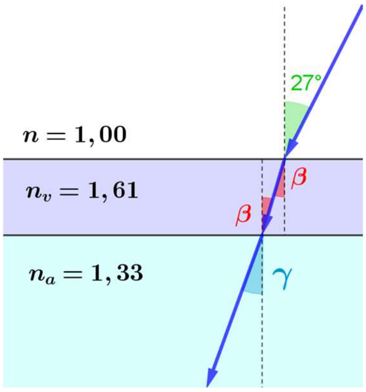
1. Un raggio di luce che si propaga in aria incide sulla superficie di vetro (indice di rifrazione $1{,}61$) della parete di un acquario con un angolo di $27°$ ed entra nell'acqua (indice di rifrazione $1{,}33$). Qual è il valore dell'angolo del raggio rifratto in acqua?



$$\alpha = 27° \quad n = 1{,}00 \quad n_v = 1{,}61 \quad n_a = 1{,}33 \quad \gamma?$$

Applico la legge di Snell:

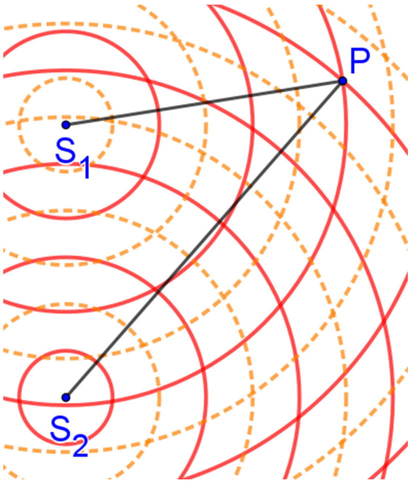
passaggio del raggio dall'aria al vetro: $n \sin\alpha = n_v \sin\beta$

Passaggio del raggio dal vetro all'acqua: $n_v \sin\beta = n_a \sin\gamma$

Perciò:

$$n \sin\alpha = n_a \sin\gamma \quad \Rightarrow \quad \gamma = \arcsin\left(\frac{n}{n_a}\sin\alpha\right) = \mathbf{20°}$$

2. Due sorgenti coerenti S_1 e S_2 emettono in opposizione di fase onde elettromagnetiche (onde radio) con lunghezza d'onda $2{,}40\ m$. Le onde raggiungono un ricevitore P, ma quelle emesse da S_2 percorrono $3{,}60\ m$ in più di quelle emesse da S_1. Quale tipo di interferenza si realizza in P?



$$\lambda = 2{,}40\ m \quad \overline{S_2P} - \overline{S_1P} = 3{,}60\ m$$

Le onde emesse dalle due sorgenti sono in opposizione di fase, perciò la differenza tra i due percorsi deve tenerne conto, aggiungendo metà lunghezza d'onda al percorso della prima sorgente:

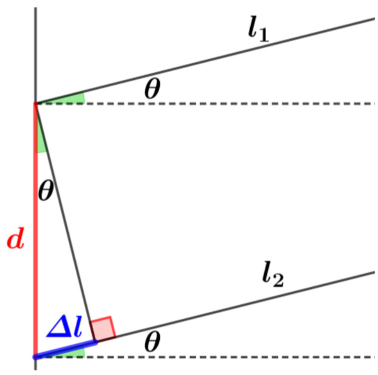
$$\overline{S_2P} - \left(\overline{S_1P} + \frac{1}{2}\lambda\right) = k\lambda$$

Devo stabilire se si tratta di interferenza costruttiva o distruttiva: se la variabile k assume un valore intero, allora si tratta di interferenza costruttiva, diversamente sarebbe un'interferenza distruttiva:

$$\overline{S_2P} - \overline{S_1P} - \frac{1}{2}\lambda = k\lambda \quad \Rightarrow \quad k = \frac{\overline{S_2P} - \overline{S_1P}}{\lambda} - \frac{1}{2} = 1$$

Si tratta di un'interferenza **costruttiva**.

3. Due fenditure sono attraversate da un fascio di luce rossa di lunghezza d'onda $680\ nm$. Il terzo minimo dopo la fascia centrale si forma a un angolo di $0{,}285°$. Calcola la distanza tra le fenditure.



$$\lambda = 680 \cdot 10^{-9}\ m \quad \theta = 0{,}285° \quad d?$$

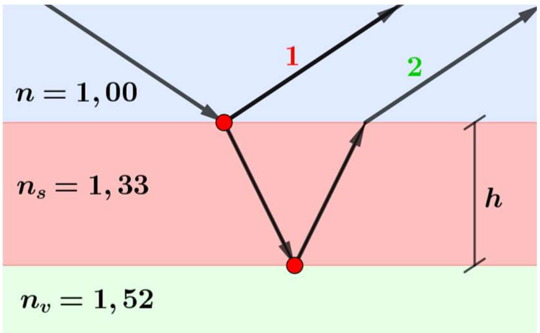
Trattandosi del terzo minimo, la differenza $\Delta l = l_2 - l_1$ sarà pari a un multiplo intero di metà lunghezza d'onda, per la precisione $\Delta l = 5/2\ \lambda$.
Visto che la distanza tra lo schermo e la fenditura è molto più grande della grandezza della fenditura, i due raggi possono essere considerati paralleli e, avendo individuato Δl, si può esprimere tale differenza in funzione della grandezza della fenditura: $\Delta l = d \sin\theta$. Perciò:

$$d \sin\theta = \frac{5}{2}\lambda \quad \Rightarrow \quad d = \frac{5\lambda}{2\sin\theta} = \mathbf{3{,}42 \cdot 10^{-4}\ m}$$

4. Mentre si effettua un esperimento di Young, la distanza tra le due fenditure viene progressivamente diminuita. In quale modo si modifica la figura di interferenza sullo schermo? Argomenta.

Siccome il $\sin\alpha \propto \frac{1}{d}$, dove d è la distanza tra le fenditure, il seno dell'angolo aumenta, quindi anche l'angolo, perciò le frange diventano più larghe.

5. Una lastra di vetro ($n_v = 1{,}52$) è coperta da una pellicola di acqua saponata ($n_s = 1{,}33$) di spessore $742\ nm$. La pellicola è colpita in direzione normale da un fascio di luce bianca. Quali lunghezza d'onda visibili saranno riflesse costruttivamente dalla pellicola? Di quali colori si tratta?



La rappresentazione è fatta in modo da evidenziare i due diversi percorsi: il fascio di luce bianca, colpendo la pellicola di acqua saponata, viene in parte riflesso in aria (raggio 1) e in parte rifratto, entrando nella pellicola (raggio 2). Questo secondo raggio, viene poi riflesso sulla superficie di contatto tra acqua saponata e vetro e rifratto quando passa dall'acqua saponata all'aria.
In entrambe le riflessioni, la luce subisce un cambiamento di fase equivalente a mezza lunghezza d'onda della luce nella pellicola, perciò:

$$2h + \frac{1}{2}\cdot\frac{\lambda}{n_s} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\lambda}{n_s} + m\frac{\lambda}{n_s}$$

Trattandosi di un'interferenza costruttiva, m può assumere solo valori interi, ma in maniera tale da rientrare nello spettro della luce visibile, ovvero $380\ nm \le \lambda \le 750\ nm$:

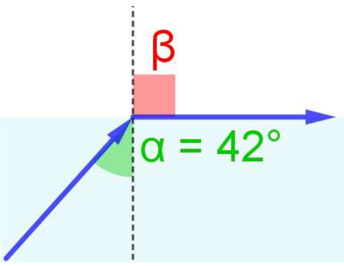
$$380\ nm \le \lambda = \frac{2hn_s}{m} \le 750\ nm \qquad \frac{2hn_s}{750\ nm} \le m \le \frac{2hn_s}{380\ nm} \quad \Rightarrow \quad 2{,}6 \le m \le 5{,}2$$

Tre sono i casi possibili:

$$\lambda_1 = \frac{2hn_s}{3} = \mathbf{658\ nm} \qquad \lambda_2 = \frac{2hn_s}{4} = \mathbf{493\ nm} \qquad \lambda_3 = \frac{2hn_s}{5} = \mathbf{395\ nm}$$

Stando alla tabella riportata nel testo, si potranno vedere tre colori: **rosso**, **verde** e **violetto**.

6. L'angolo limite del plexiglas nell'aria è 42°. Qual è il valore del suo indice di rifrazione?

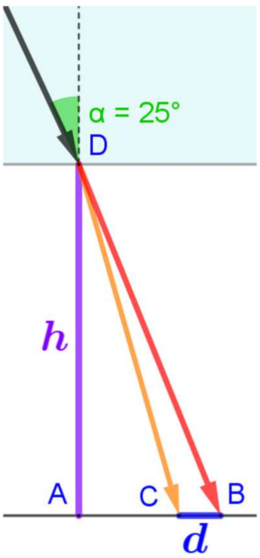


$$\alpha = 42° \quad n_a = 1{,}00 \quad \beta = 90° \quad n?$$

La riflessione totale può essere considerata un caso particolare di rifrazione, con un angolo di rifrazione, β, retto. In questo modo, il raggio non può uscire dal plexiglass, ma non viene nemmeno riflesso. Con queste condizioni, applicando la legge di Snell è possibile risolvere il problema:

$$n \sin\alpha = n_a \sin\beta \quad \Rightarrow \quad n = \frac{n_a \sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{n_a}{\sin\alpha} = \mathbf{1{,}5}$$

7. Un raggio di luce, composto da un raggio rosso e uno giallo, si propaga nell'aria e incide su una lastra di vetro crown con un angolo di 25°. A che distanza dal vetro devo porre uno schermo perché i raggi lo incidano in due punti che hanno una distanza di $1\ cm$ tra loro?



$$d = 1\ cm \quad \alpha = 25° \quad n_R = 1{,}520 \quad n_G = 1{,}523 \quad h?$$

Applicando la legge di Snell, determino gli angoli formati dai due colori, emergendo dal vetro crown:

$$n \sin\alpha = n_R \sin\alpha_R \quad \Rightarrow \quad \alpha_R = \arcsin\frac{n\sin\alpha}{n_R}$$

Analogamente, per il colore giallo ottengo:

$$\alpha_G = \arcsin\frac{n\sin\alpha}{n_G}$$

Dove $\alpha_G = A\widehat{D}C$ e $\alpha_R = A\widehat{D}B$, e, trattandosi di triangoli rettangoli: $\overline{AC} = h\tan\alpha_G$ e $\overline{AB} = h\tan\alpha_R$.
Siccome $d = \overline{AB} - \overline{AC}$, posso determinare la distanza dello schermo dal vetro, h, come richiesto:

$$d = \overline{AB} - \overline{AC} = h\tan\alpha_R - h\tan\alpha_G \quad \Rightarrow \quad h = \frac{d}{\tan\alpha_R - \tan\alpha_G} = \mathbf{16{,}2\ m}$$