Istituto d'Istruzione Omnicomprensivo "*Decio Celeri*" Lovere (BG)
Scuola dell'infanzia – Scuola Primaria – Scuola Secondaria di I grado
Liceo Artistico – Classico – Scientifico tradizionale – Scienze Applicate – Sportivo
Via Nazario Sauro, 2 – 24065 Lovere (BG) – Tel. 035 983177 – C.F. 81004920161 – Cod.Mecc. BGIS00100R
www.omnicomprensivodecioceleri.edu.it *e-mail:* bgis00100r@istruzione.it *posta certificata:*bgis00100r@pec.istruzione.it

CLASSE **4^ A LICEO SCIENTIFICO** 30 marzo 2026 120 minuti – 100% – **Matematica**

«The imaginary number is a fine and wonderful resource of the human spirit, almost an amphibian between being and not being.» (Gottfried Wilhelm von Leibniz)

Trigonometria – Numeri complessi

COGNOME ________________________________ **NOME** ________________________________

1. Determina, in forma algebrica, le soluzioni delle seguenti equazioni in campo complesso: ________ / 12
$$2z^2 - 1 - i\sqrt{3} = 0 \qquad z^6 + 1 = 0$$

2. Risolvi, nel campo dei numeri complessi, l'equazione $\left(\frac{z-i}{z+i}\right)^4 = 1$ e verifica che la somma delle soluzioni è zero. ________ / 6

3. Dopo averlo scritto in forma algebrica, calcola il modulo del numero complesso $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$ e verifica che $z^{10} = z$. ________ / 7

4. L'equazione $z^2 + (a + 5i)\,z + b\,(2 - i) = 0$ con a e b reali, ha soluzione $z_1 = 1 + 2i$.
Trova a, b e l'altra soluzione z_2 dell'equazione. ________ / 7

5. Rappresenta nel piano di Gauss i punti corrispondenti ai numeri complessi z che verificano la disequazione: $|z - 1| \leq |2 - z|$. ________ / 4

6. Determina graficamente il numero delle soluzioni della seguente equazione parametrica nell'intervallo indicato, al variare del parametro in $\mathbb{R}$: ________ / 8
$$\begin{cases} 8\sin x\cos x - 6\sin^2 x = k \\ 0 < x \leq \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$$

Svolgi **<u>uno</u>** dei seguenti problemi a tua scelta: ________ / 10

7. Sui lati OX e OY dell'angolo $X\hat{O}Y = \frac{2}{3}\pi$ considera rispettivamente i punti A e B tali che $\overline{OA} = a$ e $\overline{OB} = 2a$.
Detto P un punto interno all'angolo tale che $\overline{OP} = 2a$, posto $A\hat{O}P = x$, determina il minimo della funzione:
$$f(x) = \overline{AP}^2 + 2\,\overline{AM}^2 + \overline{PB}^2$$
essendo M il punto medio di OP, e tracciane il grafico nei limiti imposti dal problema.
Nel caso in cui la somma è minima, determina perimetro e area del quadrilatero AOBP.

8. Si considerino la semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$ e il triangolo equilatero ABC, situato da parte opposta alla semicirconferenza rispetto ad AB. Considera la corda PQ parallela al diametro e conduci per P e Q le perpendicolari ad AB, che incontrino in R ed S i lati AC e CB del triangolo, in modo che il perimetro del rettangolo PRSQ sia uguale a $2r\left(1 + \sqrt{3}\right)$. (Poni $P\hat{A}B = x$).

1	2	3	4	5	**6**	7	8	9	10
$x = 0$	$(0; 9)$	$[9;\ 15)$	$[15;\ 21)$	$[21;\ 30)$	$[\mathbf{30};\ \mathbf{33})$	$[33;\ 39)$	$[39;\ 45)$	$[45; 54)$	$x = 54$

BUON LAVORO!!!