

1. Dopo aver ridotto in forma normale i seguenti sistemi, stabilisci senza risolverli, se sono determinati, indeterminati o impossibili:

$$A. \begin{cases} 3(x-y)[1+(x+y)] + 3y^2 = 3x^2 - 1 \\ 3(y-x) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(x-y+x^2-y^2) + 3y^2 = 3x^2 - 1 \\ 3y - 3x = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 3y + 3x^2 - 3y^2 + 3y^2 - 3x^2 = -1 \\ 3x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 3y = -1 \\ 3x - 3y = -1 \end{cases} \quad \frac{3}{3} = \frac{-3}{-3} = \frac{-1}{-1} \quad \text{*sistema indeterminato*}$$

$$B. \begin{cases} \frac{-(x+1)(x-1)+x(x+1)}{2} - 3 = \frac{y+3}{4} \\ \frac{1}{2} \left[ (x-1) - \frac{y-1}{2} \right] = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{-(x^2-1)+x^2+x}{2} - 3 = \frac{y+3}{4} \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} - \frac{y-1}{4} = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(-x^2+1+x^2+x) - 12 = y+3 \\ 2x - 2 - y + 1 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 13 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \quad \frac{2}{2} = \frac{-1}{-1} \neq \frac{13}{5} \quad \text{*sistema impossibile*}$$

$$C. \begin{cases} 2(7-2x) - y - (y+1)^2 = 3(y-x) - y^2 - 1 \\ -24 + 4(4-y) = x - 24 + 2y \end{cases}$$

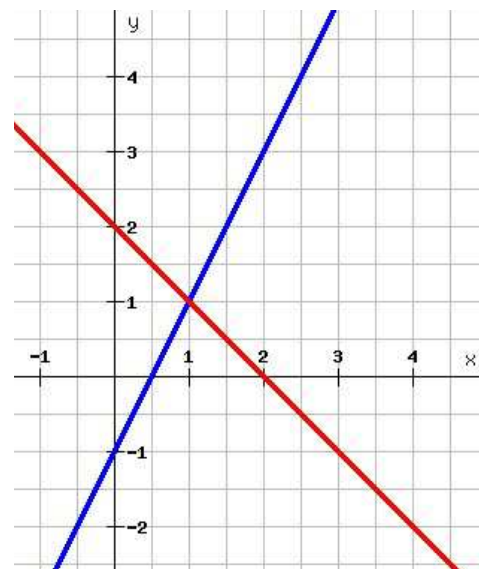
$$\begin{cases} 14 - 4x - y - y^2 - 2y - 1 = 3y - 3x - y^2 - 1 \\ -24 + 16 - 4y = x - 24 + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 6y = 14 \\ x + 6y = 16 \end{cases} \quad \frac{1}{1} = \frac{6}{6} \neq \frac{14}{16} \quad \text{*sistema impossibile*}$$

2. Risolvi graficamente il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$



3. Risolvi algebricamente – con i tre metodi che conosci – il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = -7 \\ 3x + y = -3 \end{cases}$$

Metodo di sostituzione:

$$\begin{cases} y = 2x + 7 \\ 3x + 2x + 7 = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \dots \\ 5x = -10 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Metodo del confronto:

$$\begin{cases} y = 2x + 7 \\ y = -3x - 3 \end{cases} \quad 2x + 7 = -3x - 3 \quad 5x = -10 \quad x = -2$$

$$\begin{cases} x = \frac{y-7}{2} \\ x = \frac{-3-y}{3} \end{cases} \quad \frac{y-7}{2} = \frac{-3-y}{3} \quad 3y - 21 = -6 - 2y \quad y = 3$$

Metodo di Cramer:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 3 = 5 \quad D_x = \begin{vmatrix} -7 & -1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -7 - 3 = -10 \quad D_y = \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = -6 + 21 = 15$$

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} = \frac{-10}{5} \\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{15}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$$

4. Trova due numeri sapendo che la loro somma è sette volte la loro differenza e che la differenza tra il triplo del maggiore e il doppio del minore supera di 4 il maggiore.

$$\begin{cases} x + y = 7(x - y) \\ 3x - 2y = 4 + x \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 7x - 7y \\ 2x - 2y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x - 8y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{4}{3}y \\ \frac{4}{3}y - y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{3}y \\ \frac{1}{3}y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 8 \\ y = 6 \end{cases}$$

5. Trova due numeri sapendo che il doppio del primo sottratto al triplo del secondo dà 1 e che il triplo del primo supera di 1 il quadruplo del secondo.

$$\begin{cases} 3y - 2x = 1 \\ 3x = 1 + 4y \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -8 + 9 = 1 \quad D_x = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} = 4 + 3 = 7 \quad D_y = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 3 = 5$$

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} = \frac{7}{1} \\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{5}{1} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$$