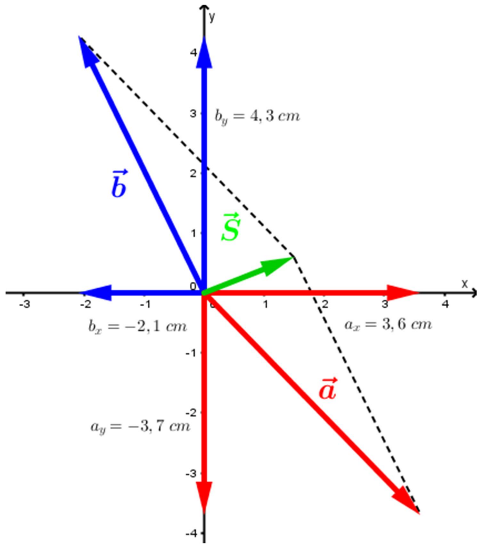
1. Nella figura 1 sono riportate le componenti di due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ in un sistema di coordinate cartesiane.
   a. Disegna i due vettori
   b. Calcola la lunghezza dei due vettori
   c. Determina l'ampiezza dell'angolo che i due vettori formano con la direzione positiva dell'asse x
   d. Disegna il vettore somma
   e. Calcola le componenti e il modulo del vettore somma



b. Determino la lunghezza dei due vettori:

$$a = \sqrt{(3,6\ cm)^2 + (-3,7\ cm)^2} = \mathbf{5,2\ cm}$$

$$b = \sqrt{(-2,1\ cm)^2 + (4,3\ cm)^2} = \mathbf{4,8\ cm}$$

c. Determino l'ampiezza dell'angolo che i due vettori formano con l'asse x:

$$a_x = a\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = 360° - \cos^{-1}\frac{a_x}{a} = \mathbf{314°}$$

$$b_x = b\cos\beta \quad \Rightarrow \quad \beta = \cos^{-1}\frac{b_x}{b} = \mathbf{116°}$$

e. Calcolo le componenti e il modulo del vettore somma:

$$\vec{S} = (3,6 - 2,1)\ cm\ \hat{x} + (-3,7 + 4,3)\ cm\ \hat{y} = \mathbf{1,5\ cm\ \hat{x} + 0,6\ cm\ \hat{y}}$$

$$S = \sqrt{(1,5\ cm)^2 + (0,6\ cm)^2} = \mathbf{1,6\ cm}$$

2. Un'auto in panne viene spinta a velocità costante con una forza di 400 N. Determina la forza d'attrito che agisce sull'auto.

Considerata la velocità costante, per il primo principio della dinamica, la somma delle forze agenti sull'auto deve essere nulla, perciò la forza di attrito è uguale alla forza con cui l'auto viene spinta, ovvero vale **400 N**.

3. Un oggetto di massa m_1 si muove con accelerazione a_1. Un oggetto di massa m_2 si muove con accelerazione a_2. Sapendo che $\frac{m_1}{m_2} = 5$ e che $\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{7}$, determina il rapporto tra le due forze.

Applico il secondo principio della dinamica:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1 a_1}{m_2 a_2} = \frac{m_1}{m_2}\cdot\frac{a_1}{a_2} = 5\cdot\frac{2}{7} = \mathbf{\frac{10}{7}}$$

4. Un carrello viene spinto su un piano a bassissimo attrito da una forza di 20 N, che determina un aumento della velocità del carrello di 2,0 m/s ogni 4,0 s. Quanto vale la massa del carrello?

$$F = 20\ N \qquad a = \frac{2,0\ m/s}{4,0\ s} \qquad m?$$

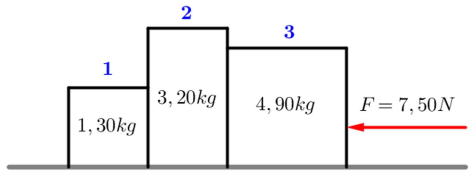
Si tratta di un'applicazione delle leggi della cinematica e della seconda legge della dinamica:

$$F = ma \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F}{a} = \mathbf{40\ kg}$$

5. Una forza di modulo 7,50 N spinge tre scatole di massa $m_1 = 1{,}30\ kg$, $m_2 = 3{,}20\ kg$, $m_3 = 4{,}90\ kg$, come mostrato nella figura 2. Determina la forza di contatto:
   A. tra la scatola 1 e la scatola 2;
   B. tra la scatola 2 e la scatola 3;
   C. l'accelerazione che avrebbe il sistema se togliessi la prima scatola.

Innanzi tutto, determino l'accelerazione del sistema, che ottengo applicando il secondo principio della dinamica, considerando come forza quella data e come massa la somma delle masse:

$$F = (m_1 + m_2 + m_3)\ a \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = 0{,}798\ m/s^2$$



A. Per determinare la forza di contatto tra la scatola 1 e la scatola 2, considero la forza come applicata alla scatola 1, perciò:

$$F_{1,2} = m_1\ a = \mathbf{1{,}04\ N}$$

B. Per determinare la forza di contatto tra la scatola 2 e la scatole 3, considero la forza come applicata alle scatole 1 e 2, perciò:

$$F_{2,3} = (m_1 + m_2)\ a = \mathbf{3{,}59\ N}$$

C. Per determinare l'accelerazione che avrebbe il sistema senza la prima scatola, applico il secondo principio della dinamica:

$$F = (m_2 + m_3)\ a_2 \qquad \Rightarrow \qquad a_2 = \frac{F}{m_2 + m_3} = \mathbf{0{,}926\ m/s^2}$$

6. Anna ha lasciato un libro sul tavolo da disegno, di altezza 20 cm e lunghezza 80 cm. La massa del libro è di 350 g. Se il coefficiente di attrito statico è di 0,30, la componente parallela della forza peso è sufficiente per tenere il libro in equilibrio?.

$$H = 20\ cm \qquad L = 80\ cm \qquad m = 350\ g \qquad \mu = 0{,}20 \qquad P_{\parallel} >/< F_a ?$$

Per determinare la componente parallela al piano della forza peso, uso la similitudine dei triangoli rettangoli ABC e A'B'C' e abbiamo la proporzione:

$$AC : BC = A'C' : B'C'$$

ovvero:

$$L : H = P : P_{\parallel}$$

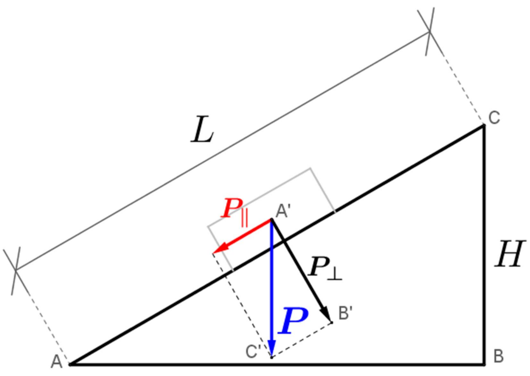
Lavorando alla formula otteniamo:

$$P_{\parallel} = P\frac{H}{L} = \mathbf{0{,}86\ N}$$

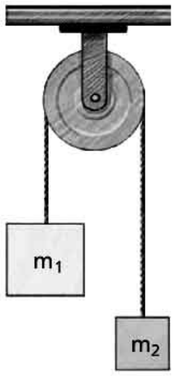
Per determinare la forza d'attrito, ho bisogno della componente della forza peso perpendicolare al piano:

$$F_a = \mu P_{\perp} = \mu\sqrt{P^2 - P_{\parallel}^2} = \mathbf{1{,}0\ N}$$

Siccome la forza d'attrito è maggiore della componente parallela della forza peso, il libro non scivola lungo il tavolo.



7. Due pacchi di massa m_1 e m_2 (con $m_1 > m_2$) sono sospesi ai due estremi di una corda che passa su una carrucola (questo dispositivo è noto con il nome di *macchina di Atwood*). Trascura la massa della corda e assumi che la carrucola sia ideale. Con quale accelerazione si muovono i due pacchi? Quanto vale la tensione della corda? Se $m_1 = 3m_2$, quanto vale l'accelerazione?



Essendo la massa 1 maggiore della massa 2, l'accelerazione sarà verso il basso per la massa 1 e verso l'alto per la massa 2, perciò ottengo le relazioni:

$$\begin{cases} -T + P_1 = m_1 a \\ T - P_2 = m_2 a \end{cases}$$

Risolvendo il sistema e sommando le due equazioni:

$$P_1 - P_2 = a\,(m_1 + m_2) \qquad \Rightarrow \qquad a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

Per determinare la tensione, sostituisco l'espressione ottenuta nella prima equazione:

$$T = P_1 - m_1 a = m_1 g - m_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g = 2\,\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

Ora si suppone che:

$$m_1 = 3\,m_2 \qquad\qquad a = \frac{3m_2 - m_2}{3m_2 + m_2} g = \frac{2m_2}{4m_2} g = \frac{1}{2} g = \mathbf{4{,}9\ m/s^2}$$