

Risolvi e discuti le seguenti equazioni letterali:

$$1. \quad \frac{x+1-a}{2} + \frac{2-x}{a} = \frac{x-2}{a^2-a}$$

$$\frac{x+1-a}{2} + \frac{2-x}{a} - \frac{x-2}{a(a-1)} = 0$$

$$\frac{a(a-1)(x+1-a) + 2(a-1)(2-x) - 2(x-2)}{2a(a-1)} = 0$$

$$C.E.: a \neq 0 \wedge a \neq 1$$

$$a^2x + a^2 - a^3 - ax - a + a^2 + 4a - 2ax - 4 + 2x - 2x + 4 = 0$$

$$a^2x - 3ax = a^3 - 2a^2 - 3a \quad ax(a-3) = a(a^2 - 2a - 3)$$

$$ax(a-3) = a(a-3)(a+1)$$

Se $(a = 0 \vee a = 1)$ l'equazione perde significato

Se $a = 3$ l'equazione è INDETERMINATA

Se $(a \neq 0 \wedge a \neq 1 \wedge a \neq 3)$ $x = a + 1$

$$2. \quad (a+3b)x + a = b - (2b-a)x$$

$$ax + 3bx + a = b - 2bx + ax \quad 5bx = b - a$$

Se $a = b = 0$ l'equazione è INDETERMINATA

Se $(b = 0 \wedge a \neq 0)$ l'equazione è IMPOSSIBILE

$$\text{Se } b \neq 0 \quad x = \frac{b-a}{5b}$$

Risolvi le seguenti equazioni e disequazioni:

$$3. \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{x-1} = \frac{1+x}{2-2x}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{x-1} - \frac{1+x}{-2(x-1)} = 0 \quad \frac{(x-1) + 6 + 3(1+x)}{6(x-1)} = 0$$

$$C.A.: x \neq 1$$

$$x - 1 + 6 + 3 + 3x = 0 \quad 4x = -8 \quad x = -2 \quad acc.$$

$$4. \quad \left(\frac{x-2}{x} - \frac{x}{x-2} + \frac{2x}{2x-4}\right)^2 \left[\left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x}\right) \cdot \frac{2x}{x^2-4x+4} + 1\right]^3 = \frac{16}{x-2}$$

$$\left(\frac{x-2}{x} - \frac{x}{x-2} + \frac{2x}{2(x-2)}\right)^2 \left[\frac{x^2-4}{2x} \cdot \frac{2x}{(x-2)^2} + 1\right]^3 = \frac{16}{x-2}$$

$$\left(\frac{x-2}{x} - \frac{x}{x-2} + \frac{x}{x-2}\right)^2 \left(\frac{(x-2)(x+2)}{2x} \cdot \frac{2x}{(x-2)^2} + 1\right)^3 - \frac{16}{x-2} = 0$$

$$\frac{(x-2)^2}{x^2} \cdot \left(\frac{x+2}{x-2} + 1\right)^3 - \frac{16}{x-2} = 0 \quad \frac{(x-2)^2}{x^2} \cdot \left(\frac{x+2+x-2}{x-2}\right)^3 - \frac{16}{x-2} = 0$$

$$\frac{(x-2)^2}{x^2} \cdot \frac{8x^3}{(x-2)^3} - \frac{16}{x-2} = 0 \quad \frac{8x}{x-2} - \frac{16}{x-2} = 0 \quad C.A.: \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$8x - 16 = 0 \quad x = 2 \quad \text{soluzione non accettabile per le C.A.} \Rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$$

$$5. \quad \frac{2-\frac{1}{3}x}{5} - \frac{1-\frac{2}{3}x}{4} < 2 - \frac{\frac{1}{2}-3x}{10}$$

$$4\left(2 - \frac{1}{3}x\right) - 5\left(1 - \frac{2}{3}x\right) < 40 - 2\left(\frac{1}{2} - 3x\right) \qquad 8 - \frac{4}{3}x - 5 + \frac{10}{3}x < 40 - 1 + 6x$$

$$2x - 6x < -3 + 39 \qquad -4x < 36 \qquad x > -9$$

$$6. \quad (3x + 1)^2 - 4x(x - 2) \leq 5x(x + 6) - 16x$$

$$9x^2 + 6x + 1 - 4x^2 + 8x \leq 5x^2 + 30x - 16x$$

$$14x - 30x + 16x \leq -1 \qquad 0x \leq -1 \qquad \nexists x \in \mathbb{R}$$

$$7. \quad 3 - x(x + 1) - [x - 2(1 - 3x)] < (3 - x)(3 + x)$$

$$3 - x^2 - x - (x - 2 + 6x) < 9 - x^2 \qquad 3 - x^2 - x - x + 2 - 6x < 9 - x^2$$

$$-8x < 4 \qquad x > -\frac{1}{2}$$

$$8. \quad x\left(2x + \frac{1}{4}\right) + 2 > 1 - 3x + (2x - 1)(x - 3)$$

$$2x^2 + \frac{1}{4}x + 2 > 1 - 3x + 2x^2 - 6x - x + 3 \qquad \frac{1}{4}x + 10x > 2 \qquad \frac{41}{4}x > 2 \qquad x > \frac{8}{41}$$