

1. Una granata lanciata verticalmente verso l'alto, quando raggiunge l'altezza massima, esplose in due frammenti di masse 4 kg e 20 kg. Sapendo che la velocità del primo frammento è 40 m/s, e che le due velocità hanno la stessa direzione, qual è la velocità del secondo?

$$m_1 = 4 \text{ kg} \quad m_2 = 20 \text{ kg} \quad v_1 = 40 \text{ m/s} \quad v_2?$$

Quando la granata raggiunge l'altezza massima, la sua velocità è nulla, perciò la quantità di moto totale iniziale è zero.

Per la conservazione della quantità di moto:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$$

Perciò, possiamo ricavare la seconda velocità:

$$v_2 = -v_1 \frac{m_1}{m_2} = -8 \text{ m/s}$$

Il segno negativo indica che il verso della velocità del secondo frammento è opposto rispetto al verso del primo frammento.

2. Due palle da biliardo di uguale massa si muovono l'una contro l'altra. Calcola le loro velocità finali sapendo che le loro velocità iniziali, in modulo, sono rispettivamente 3 m/s e -5 m/s, che l'urto è elastico e che avviene lungo una retta.

Siccome l'urto è elastico, si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica:

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \end{cases}$$

Dove ho indicato con  $v_1$  e  $v_2$  le velocità iniziali delle due palle da biliardo, rispettivamente 3 m/s e -5 m/s, e con  $V_1$  e  $V_2$  le due velocità finali. Considerato che la massa è uguale per entrambe le palle da biliardo, posso semplificare le masse di entrambe le equazioni e moltiplicare per 2 la seconda equazione:

$$\begin{cases} v_1 - V_1 = V_2 - v_2 \\ v_1^2 - V_1^2 = V_2^2 - v_2^2 \end{cases}$$

Dividendo la seconda equazione per la prima, ottengo:  $v_1 + V_1 = V_2 + v_2$ , ovvero:  $V_1 = V_2 + v_2 - v_1$  e, sostituendo nella prima equazione, ricavo  $V_2$ :

$$v_1 - (V_2 + v_2 - v_1) = V_2 - v_2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} V_2 = v_1 = 3 \text{ m/s} \\ V_1 = v_2 = -5 \text{ m/s} \end{cases}$$

3. Un carrello di massa pari a 2 kg ne urta elasticamente un altro di massa 6 kg. Le velocità dei due carrelli erano rispettivamente di 4 m/s e 12 m/s nella stessa direzione. Determina le velocità dei carrelli dopo l'urto.

Siccome l'urto è elastico, si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica:

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \end{cases}$$

Dove ho indicato con  $v_1$  e  $v_2$  le velocità iniziali dei due carrelli, rispettivamente 4 m/s e 12 m/s, e con  $V_1$  e  $V_2$  le due velocità finali. Dopo aver moltiplicato per 2 la seconda equazione:

$$\begin{cases} m_1(v_1 - V_1) = m_2(V_2 - v_2) \\ m_1(v_1^2 - V_1^2) = m_2(V_2^2 - v_2^2) \end{cases}$$

Dividendo la seconda equazione per la prima, ottengo:  $v_1 + V_1 = V_2 + v_2$ , ovvero:  $V_1 = V_2 + v_2 - v_1$  e, sostituendo nella prima equazione, ricavo  $V_2$ :

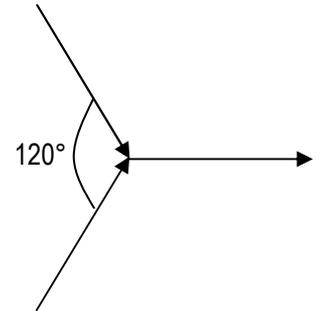
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1(V_2 + v_2 - v_1) + m_2 V_2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} V_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_2 + m_1} = 8 \text{ m/s} \\ V_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_2 + m_1} = 16 \text{ m/s} \end{cases}$$

4. Due giocatori di hockey che si muovono a 5,0 m/s si urtano e rimangono attaccati. Se l'angolo fra le direzioni iniziali era di 120°, qual è il modulo della loro velocità dopo la collisione?

Si tratta di un urto completamente anelastico, perciò applico la legge di conservazione della quantità di moto. Considero la direzione dell'asse x:

$$mv \cos 60^\circ + mv \cos 60^\circ = 2mV$$

$$V = v \cos 60^\circ = \mathbf{2,5 \text{ m/s}}$$



5. Calcola il rapporto tra le velocità della Terra nel suo moto di rivoluzione intorno al Sole, rispettivamente nell'afelio e nel perielio, sapendo che le distanze tra Terra e Sole nei due punti sono  $1,52 \cdot 10^{11}$  m e  $1,47 \cdot 10^{11}$  m.

Per la legge di conservazione del momento angolare, che si può applicare visto che si tratta di forze centrali:

$$m_T r_A v_A = m_T r_P v_P \quad \Rightarrow \quad \frac{v_A}{v_P} = \frac{r_P}{r_A} = \mathbf{0,967}$$

6. Una pallina ruota di moto circolare uniforme su una circonferenza di raggio 4 m alla velocità tangenziale di 20 m/s. Se la pallina venisse fatta ruotare su una circonferenza di raggio uguale a 5 m, quale sarebbe la sua velocità, nell'ipotesi che su di essa agiscano solamente forze centrali?

Per la legge di conservazione del momento angolare, che si può applicare visto che si tratta di forze centrali:

$$m_P r_1 v_1 = m_P r_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_1 \frac{r_1}{r_2} = \mathbf{16 \text{ m/s}}$$

7. Un pallina da tennis di 40 g batte sulla racchetta di un giocatore alla velocità di 35 m/s, il giocatore rilancia la pallina all'avversario alla velocità di 40 m/s. Qual è l'impulso impresso alla pallina? Se il contatto fra la pallina e la racchetta dura  $1,2 \cdot 10^{-2}$  s, qual è l'intensità media della forza impressa alla pallina?

$$m = 40 \text{ g} \quad v_1 = -35 \text{ m/s} \quad v_2 = 40 \text{ m/s} \quad t = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

Calcolo l'impulso, usando il teorema dell'impulso:

$$I = \Delta p = mv_2 - mv_1 = \mathbf{3,0 \text{ Ns}}$$

Conoscendo l'intervallo di tempo, posso ricavare la forza, per la definizione di impulso:

$$I = F_m t \quad \Rightarrow \quad F_m = \frac{I}{t} = \mathbf{2,5 \cdot 10^2 \text{ N}}$$

8. Considera un urto frontale completamente anelastico frontale fra due particelle di uguale massa e velocità. Cosa puoi dire delle velocità finali delle due particelle? Cosa puoi dire della loro variazione di energia cinetica?

$$m_1 = m_2 = m \quad v_1 = v \quad v_2 = -v \quad V? \quad \Delta K?$$

Applico la legge di conservazione della quantità di moto, considerando che, trattandosi di un urto completamente anelastico, le due particelle – dopo l'urto – resteranno attaccate:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) V \quad \Rightarrow \quad (m_1 + m_2) V = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V = 0}$$

Le due particelle, dopo l'urto, restano attaccate e ferme. Perciò la perdita di energia cinetica è totale:

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} 2m(0)^2 - \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 \right) = -m v^2$$

9. Che cos'è un urto?

Un urto è una situazione in cui due oggetti si colpiscono fra loro e la risultante delle forze esterne è nulla o talmente piccola da poter essere trascurata.

10. Definisci l'urto elastico, l'urto anelastico e l'urto completamente anelastico.

Nell'urto elastico si conservano sia la quantità di moto sia l'energia cinetica; nell'urto anelastico si conserva la quantità di moto del sistema, ma non si conserva la sua energia cinetica; nell'urto completamente anelastico gli oggetti rimangono attaccati dopo la collisione.

11. Definisci una forza centrale.

Una forza centrale è una forza diretta sempre verso un punto fisso.