1. Una persona a riposo necessita di $14{,}5$ litri di O_2 all'ora; in ogni respiro inspira circa 0,50 litri di aria a una temperatura di circa $20{,}0°C$. L'aria inalata ha una percentuale di ossigeno pari a circa il $20{,}9\%$. Quante molecole di ossigeno inala la persona in ogni respiro?

$$V = 0{,}50 \cdot 10^{-3}\ m^3 \qquad T = 293\ K \qquad p = 1{,}01 \cdot 10^5\ Pa \qquad O_2 = 20{,}9\%V \qquad N?$$

Per l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$pV = NkT \quad \Rightarrow \quad N = \frac{pV}{kT} \quad \Rightarrow \quad N_{O_2} = \frac{20{,}9}{100} \cdot \frac{pV}{kT} = \mathbf{2,61 \cdot 10^{21}}$$

2. Supponi che un pianeta abbia un'atmosfera di pura ammoniaca (NH_3) a $0{,}0°C$. Qual è la velocità quadratica media delle molecole di ammoniaca?

$$m_M = 17\ u \qquad T = 273\ K \qquad v_{qm}?$$

Sapendo che l'energia cinetica media è data da: $< K >= \frac{3}{2}kT$, posso determinare la velocità richiesta:

$$\frac{1}{2}m_M v_{qm}^2 = \frac{3}{2}kT \quad \Rightarrow \quad v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m_M}} = \mathbf{633\ m/s}$$

3. In un cilindro di capacità $0{,}1\ m^3$, riempito di ossigeno, la pressione è $10^7\ Pa$. La densità dell'ossigeno a temperatura ambiente, alla pressione atmosferica di $10^5\ Pa$, è di $1{,}4\ kg/m^3$. Assumendo che l'ossigeno nel cilindro sia a temperatura ambiente, qual è la sua densità?

$$V = 0{,}1\ m^3 \qquad p_1 = 10^7\ Pa \qquad p_2 = 10^5\ Pa \qquad d_2 = 1{,}4\ kg/m^3 \qquad d_1?$$

La temperatura è costante, perciò posso applicare la legge di Boyle e, usando la definizione di densità, $d = \frac{m}{V}$, ottengo:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{d_1}p_1 = \frac{m}{d_2}p_2 \quad \Rightarrow \quad d_1 = d_2\frac{p_1}{p_2} = \mathbf{140\ kg/m^3}$$

4. Un'aula scolastica ha pianta quadrata e area $52\ m^2$. All'interno la temperatura dell'aria è $23°C$. Supponi che una molecola di azoto N_2 possa attraversare l'aula, da una parete a quella di fronte, senza subire alcuna collisione durante il suo moto. Quanto tempo impiegherebbe?

$$\mathcal{A} = 52\ m^2 \qquad m_M = 28\ u \qquad T = 296\ K \qquad t?$$

Sapendo che l'energia cinetica media è data da: $< K >= \frac{3}{2}kT$, posso determinare la velocità richiesta:

$$\frac{1}{2}m_M v_{qm}^2 = \frac{3}{2}kT \quad \Rightarrow \quad v_{qm} = \sqrt{\frac{3kT}{m_M}}$$

Il moto della molecola può essere considerato rettilineo e, dato che la distanza percorsa è il lato del quadrato, pari a $\sqrt{\mathcal{A}}$, il tempo è dato da:

$$v_{qm} = \frac{\sqrt{\mathcal{A}}}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\sqrt{\mathcal{A}}}{v_{qm}} = \sqrt{\frac{\mathcal{A} \cdot m_M}{3kT}} = \mathbf{14\ ms}$$

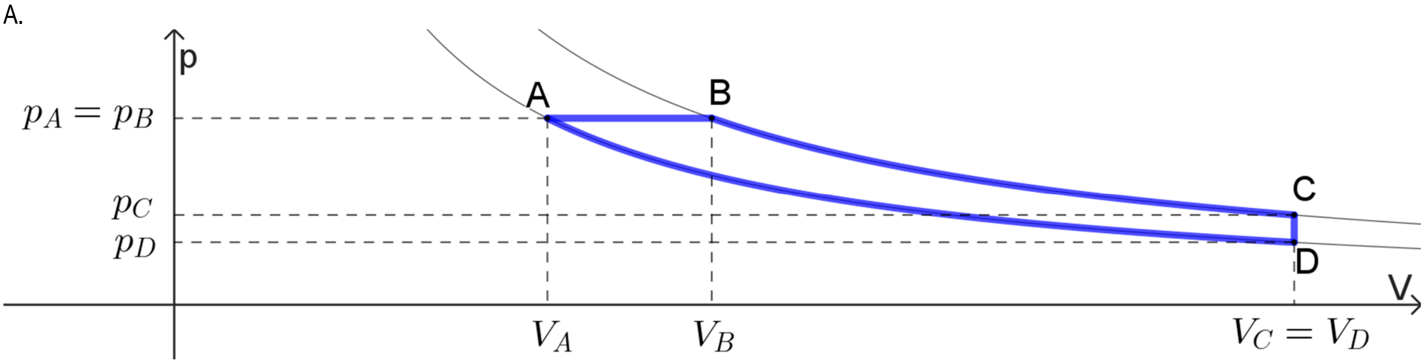
5. Un gas perfetto contiene $13{,}75 \cdot 10^{23}$ molecole ed è sottoposto a una trasformazione ciclica ABCD, composta da due isoterme (da B a C e da D a A), una isocora (da C a D) e una isobara (da A a B). Sapendo che:

$$p_A = 2{,}50 \cdot 10^5\ Pa \qquad p_C = 1{,}20 \cdot 10^5\ Pa \qquad V_A = 10\ dm^3 \qquad V_C = 30\ dm^3$$

   A. Rappresenta la trasformazione ciclica in un piano pV.
   B. Calcola il valore del volume e della temperatura nello stato B.
   C. Calcola la temperatura a cui avviene la trasformazione isoterma DA.
   D. Calcola il valore della pressione nello stato D.

$$N = 13{,}75 \cdot 10^{23} \qquad p_A = 2{,}50 \cdot 10^5\ Pa \qquad p_C = 1{,}20 \cdot 10^5\ Pa \qquad V_A = 10\ dm^3 \qquad V_C = 30\ dm^3 \qquad V_B?\ \ T_B?\ \ T_A?\ \ p_D?$$

A.



B. Per determinare il volume in B, considero la trasformazione isoterma da B a C, ricordando che $p_A = p_B$:

$$p_B V_B = p_C V_C \quad \Rightarrow \quad V_B = V_C \frac{p_C}{p_A} = \mathbf{14{,}4\ dm^3}$$

Per determinare la temperatura in B, applico l'equazione di stato del gas perfetto in B:

$$p_B V_B = NkT_B \quad \Rightarrow \quad T_B = \frac{p_A V_B}{Nk} = \mathbf{190\ K}$$

C. Per determinare la temperatura a cui avviene la trasformazione isoterma DA, applico l'equazione di stato del gas perfetto in A:

$$p_A V_A = NkT_A \quad \Rightarrow \quad T_A = \frac{p_A V_A}{Nk} = \mathbf{132\ K}$$

D. Per determinare la pressione in D, considero la trasformazione isoterma da D ad A, ricordando che $V_D = V_C$:

$$p_A V_A = p_D V_D \quad \Rightarrow \quad p_D = \frac{p_A V_A}{V_C} = \mathbf{8{,}33 \cdot 10^4\ Pa}$$

6. Un recipiente di volume $2{,}5\ dm^3$ contiene un gas perfetto biatomico alla temperatura di $15°C$ e alla pressione di $1{,}2\ atm$. Con una pompa si estraggono delle molecole del gas, diminuendo la pressione iniziale del 30%. La temperatura si mantiene costante.
   A. Calcola il numero di molecole estratte con la pompa.
   B. Calcola la variazione di energia interna del sistema.

$$V_1 = V_2 = 2{,}5\ dm^3 \qquad T_1 = T_2 = 288\ K \qquad p_1 = 1{,}2\ atm \qquad p_2 = 0{,}7\ p_1 \qquad N_1 - N_2? \qquad \Delta U?$$

A. Considero gli stati (1) e (2) e applico l'equazione di stato del gas perfetto, per determinare il numero di molecole:

$$p_1 V_1 = N_1 k T_1 \quad \Rightarrow \quad N_1 = \frac{p_1 V_1}{kT_1} \qquad\qquad p_2 V_2 = N_2 k T_2 \quad \Rightarrow \quad N_2 = \frac{p_2 V_2}{kT_2} = \frac{0{,}7 p_1 V_1}{kT_1} = 0{,}7\ N_1$$

$$N_1 - N_2 = 0{,}3\ N_1 = 0{,}3 \frac{p_1 V_1}{kT_1} = \mathbf{0{,}23 \cdot 10^{23}}$$

B. Ricordando che si tratta di un gas biatomico:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{5}{2} N_2 k T_2 - \frac{5}{2} N_1 k T_1 = \frac{5}{2} k T_1 (N_2 - N_1) = \mathbf{-0{,}23\ kJ}$$