

Istituto Omnicomprensivo "Decio Celeri"

Scuola dell'infanzia – Scuola Primaria – Scuola Secondaria di I grado

Liceo Artistico – Classico – Scientifico – Scienze Applicate – Sportivo

Via Nazario Sauro, 2 – 24065 Lovere (BG) – Tel. 035 983177 – C.F. 81004920161 – Cod.Mecc. BGIS00100R

www.liceoceleri.edu.it e-mail: bgis00100r@istruzione.it posta certificata: bgis00100r@pec.istruzione.it

CLASSE 4^A A LICEO SCIENTIFICO

15 marzo 2025

120 minuti – 100% – **Matematica**

«Assolutamente fondamentali per la struttura della meccanica quantistica, i numeri complessi sono perciò basilari

per il funzionamento del mondo stesso in cui viviamo. Essi costituiscono anche uno dei grandi miracoli della matematica.» (Roger Penrose)

Trigonometria – Numeri complessi

COGNOME _____ NOME _____

1. Determina in forma algebrica le soluzioni delle seguenti equazioni in campo complesso: _____ / 12

$$z^6 + 9z^3 + 8 = 0 \quad z^3 = -2i$$

2. Posto $k = 73^2$, stabilisci quanto vale il numero complesso i^k . _____ / 5

3. Scrivi il seguente numero complesso in forma esponenziale: $z = \sqrt{2} \left(\frac{4-4i}{|2-2i|} \right) - 2$. _____ / 5

4. È data l'equazione $z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2 = 0$, dove $z \in \mathbb{C}$. _____ / 6

A. Verifica che i e $-i$ sono soluzioni.

B. Dopo averne abbassato il grado, determina le rimanenti soluzioni.

5. Trova le soluzioni complesse del sistema: $\begin{cases} |z - 1 - i| = 1 \\ \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = 2 \end{cases}$ _____ / 8

6. Determina graficamente il numero delle soluzioni della seguente equazione parametrica nell'intervallo indicato, al variare del parametro in \mathbb{R} , tenendo presente che $\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{5}}{5}$ e $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$: _____ / 8

$$\begin{cases} \sin x (\sin x + 2 \cos x) = k + \frac{1}{2} \\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} - \alpha \end{cases}$$

Svolgi **uno** dei seguenti problemi a tua scelta: _____ / 10

7. Sia ABCD un trapezio rettangolo avente la base maggiore $\overline{AB} = 3a$, il lato obliquo BC uguale alla base minore $\overline{CD} = 2a$. Dopo aver determinato gli elementi incogniti del trapezio, disegna la semicirconferenza di diametro BC che tagli la base maggiore AB in H. Sull'arco CH considera un punto P, poni $\widehat{PCB} = \frac{x}{2}$ e studia la funzione:

$$f(x) = \frac{\overline{PD}^2 - \overline{PC}^2}{\overline{CD}^2}$$

Rappresenta la funzione e determinane il minimo e il massimo, indicando i valori di x per cui si ottengono.

8. Date una circonferenza di raggio r e una sua corda AB a distanza $\frac{r}{2}$ dal centro O, determina un triangolo AMB con vertice M sul maggiore dei due archi AB in modo tale che $\overline{AM} + \overline{MB} = \sqrt{2} \overline{AB}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x = 0$	(0; 9)	[9; 15)	[15; 21)	[21; 30)	[30; 33)	[33; 39)	[39; 45)	[45; 54)	$x = 54$

BUON LAVORO!!!