

1. Due forze $\vec{F}_1 = (2,3 N) \hat{x} - (5,0 N) \hat{y}$ e $\vec{F}_2 = (1,2 N) \hat{x} + (3,0 N) \hat{y}$ sono applicate a un oggetto di massa $2,0 kg$. Se, dopo $3,0 s$ la sua velocità è $\vec{v} = (5,1 m/s) \hat{x} - (2,0 m/s) \hat{y}$, qual era la sua velocità iniziale? Determinane componenti e modulo.

$$\begin{array}{lll} \vec{F}_1 = (2,3 N) \hat{x} - (5,0 N) \hat{y} & \vec{F}_2 = (1,2 N) \hat{x} + (3,0 N) \hat{y} & m = 2,0 kg \\ t_1 = 3,0 s & t_o = 0,0 s & \vec{v} = (5,1 m/s) \hat{x} - (2,0 m/s) \hat{y} & \vec{v}_o? \end{array}$$

Per il secondo principio della dinamica: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m}$

Il moto generato dall'applicazione delle forze è uniformemente accelerato, perciò posso applicare la legge oraria della velocità:

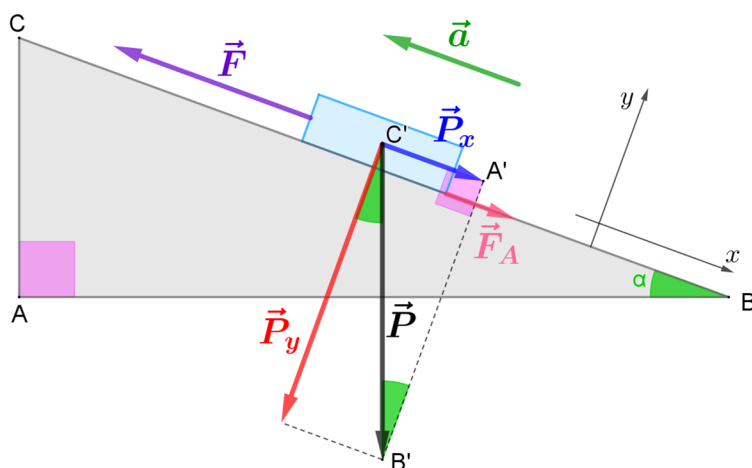
$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}(t_1 - t_o) \Rightarrow \vec{v}_o = \vec{v} - \vec{a}t_1$$

Perciò: $\vec{v}_o = \vec{v} - \vec{a}t_1 = \vec{v} - \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m}t_1 = (-0,15 m/s) \hat{x} + (1,0 m/s) \hat{y}$ $v_o = \sqrt{v_{ox}^2 + v_{oy}^2} = 1,0 m/s$

2. Una slitta sta risalendo un pendio innevato, inclinato di 20° . La slitta ha una massa complessiva di $130 kg$ ed è trainata da una muta di cani che esercita una forza di $600 N$. Se l'accelerazione con cui sale la slitta è di $0,15 m/s^2$, qual è il coefficiente di attrito dinamico tra la slitta e il terreno?

$$\alpha = 20^\circ \quad m = 130 kg \quad F = 600 N \quad a = 0,15 m/s^2 \quad \mu?$$

Rappresento schematicamente la situazione nel disegno a lato. Esprimo le forze agenti sul sistema secondo le direzioni x e y , rispettivamente parallela e perpendicolare al pendio, ovvero al lato BC del triangolo rettangolo ABC rappresentante il piano inclinato. Ecco le forze agenti sulla slitta (rappresentata dal rettangolo azzurro):



- la forza F , parallela al piano, esercitata dalla muta di cani;
- la **forza peso** P , perpendicolare alla base AB del piano inclinato. Posso scomporla secondo le due direzioni indicate: ottengo la componente P_x , indicata dal lato $A'C'$, e P_y , che ha la stessa lunghezza del lato $A'B'$. Se considero i due triangoli, ABC e $A'B'C'$ essi hanno:

- gli angoli retti A e A'
- gli angoli C e C' congruenti in quanto formati da semirette parallele e concordi
- perciò l'angolo in B' misura 20° come l'angolo in B .

Per i teoremi sui triangoli rettangoli: $P_x = P \sin \alpha = mg \sin \alpha$ e $P_y = P \cos \alpha = mg \cos \alpha$.

- La forza di attrito F_A , parallela al piano, data da: $F_A = \mu P_y = \mu P \cos \alpha = \mu mg \cos \alpha$.

Applico il secondo principio della dinamica, considerando solo le forze agenti lungo l'asse x : $F - P_x - F_A = ma$

Esplicitando i termini dell'equazione, posso determinare il coefficiente d'attrito richiesto:

$$F - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma \Rightarrow \mu = \frac{F - mg \sin \alpha - ma}{mg \cos \alpha} = 0,12$$

3. Due punti materiali A e B si muovono di moto circolare uniforme su due circonferenze diverse, ma con la stessa accelerazione centripeta. Il punto A percorre una circonferenza di raggio 36 cm con frequenza f . Il punto B, invece, ruota con una frequenza maggiore del 20% rispetto a quella di A. Determina il raggio della circonferenza percorsa da B.

$$a_A = a_B \quad f_A = f \quad f_B = \frac{120}{100}f \quad r_A = 36 \text{ cm} \quad r_B?$$

Comincio con la definizione di accelerazione centripeta, dove ω è la velocità angolare del punto materiale: $a = \omega^2 r = (2\pi f)^2 r$

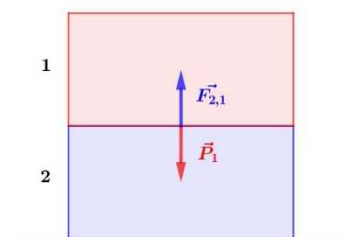
Pongo uguali le due accelerazioni: $a_A = a_B \Rightarrow (2\pi f_A)^2 r_A = (2\pi f_B)^2 r_B \Rightarrow f_A^2 r_A = f_B^2 r_B$

Sostituisco le frequenze esplicitando r_B : $r_B = r_A \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 = r_A \left(\frac{f}{\frac{120}{100}f}\right)^2 = r_A \left(\frac{100}{120}\right)^2 = \frac{25}{36} r_A = 25 \text{ cm}$

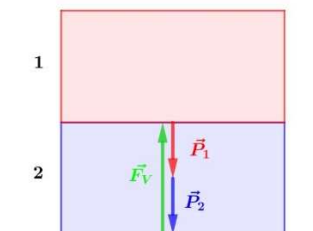
4. Due mattoni identici sono appoggiati l'uno sull'altro su un ripiano orizzontale. Il ripiano esercita sul mattone inferiore una forza di modulo 30 N.

- Calcola tutte le forze applicate sul mattone superiore, specificando anche il loro verso.
- Calcola tutte le forze applicate al mattone inferiore, specificando anche il loro verso.

- A. Sono due le forze applicate sul mattone superiore, ovvero la forza peso esercitata dal mattone stesso (indicata in rosso) di **15 N** (ovvero la metà della reazione vincolare esercitata dal ripiano e pari alla somma dei pesi dei due mattoni, che però sono uguali) e la reazione del mattone inferiore alla forza peso esercitata, quindi pari, ancora una volta, a **15 N**. Come indicato dal disegno, la prima forza è verso il basso e l'altra è verso l'alto.



- B. Sono tre le forze applicate sul mattone inferiore, ovvero la forza peso esercitata dal mattone stesso (indicata in blu) di **15 N**, la forza peso esercitata dal mattone superiore (indicata in rosso) pari a **15 N** e infine la reazione vincolare del piano (indicata in verde) e pari a **30 N**. Come indicato dal disegno, le due forze peso sono verso il basso, mentre la reazione vincolare è verso l'alto.



5. A un oggetto di massa 8,0 kg sono applicate due forze \vec{F}_A e \vec{F}_B , \vec{F}_A è maggiore di \vec{F}_B . Quando entrambe le forze sono dirette verso est l'accelerazione dell'oggetto è $0,50 \text{ m/s}^2$. Quando \vec{F}_A è diretta verso est e \vec{F}_B verso ovest, l'accelerazione dell'oggetto è di $0,40 \text{ m/s}^2$ in direzione est. Calcola i moduli di \vec{F}_A e \vec{F}_B .

$$m = 8,0 \text{ kg} \quad a_1 = 0,50 \text{ m/s}^2 \quad a_2 = 0,40 \text{ m/s}^2 \quad F_A? \quad F_B?$$

Nel primo caso, le forze sono parallele ed equiverse, perciò basta sommare i due moduli e, per il **secondo principio della dinamica**:

$$F_A + F_B = ma_1$$



Nel secondo caso, le forze sono parallele ma con verso opposto, perciò bisogna fare la differenza tra i moduli:

$$F_A - F_B = ma_2$$



Risolviendo il sistema possiamo determinare le due forze:

$$\begin{cases} F_A + F_B = ma_1 \\ F_A - F_B = ma_2 \end{cases} \Rightarrow 2F_A = m(a_1 + a_2)$$

$$F_A = \frac{1}{2} m (a_1 + a_2) = 3,6 \text{ N}$$

$$F_B = \frac{1}{2} m (a_1 - a_2) = 0,40 \text{ N}$$