

Calcolava senza sforzo apparente,  
proprio come gli uomini respirano e le aquile volano nel vento  
François Jean Dominique Arago

## IL VOLO DELLE AQUILE

Una grande invenzione caratterizza il XVI e il XVII secolo: l'invenzione dei logaritmi. L'idea che sta alla base di questa invenzione fu notata da MICHAEL STIFEL (1486-1567), un matematico tedesco, che nell'opera *Aritmetica integra* (1544) osservò che i termini della progressione geometrica<sup>1</sup> 1, r, r<sup>2</sup>, r<sup>3</sup>,... corrispondono ai termini della progressione aritmetica<sup>2</sup> formata dai loro esponenti.

	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
Geometrica	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>
Aritmetica	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Se consideriamo il prodotto tra il 4° e il 6° termine della progressione geometrica, ossia r<sup>3</sup> · r<sup>5</sup>, possiamo ottenerne il risultato senza bisogno di svolgere direttamente il loro prodotto: possiamo considerare il 4° e il 6° termine della progressione aritmetica e sommarli, 3 + 5. L'addizione è un'operazione più semplice della moltiplicazione e il risultato, 8, che corrisponde al 9° termine delle progressioni, indica il risultato del prodotto dei due termini della progressione geometrica, r<sup>8</sup>.

Se, invece di r, consideriamo una base qualsiasi, il procedimento mostra tutta la sua semplicità:

	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°
Geometrica	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048
Aritmetica	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Voglio eseguire 32 · 64:

32	64	32 · 64 = 2048
Corrispondono a...		
5	6	5 + 6 = 11

Come si può notare, per eseguire la moltiplicazione indicata, è più semplice guardare quali sono i termini corrispondenti ai due fattori nella progressione aritmetica, aggiungere i due termini della progressione aritmetica, spostarsi nella colonna corrispondente alla loro somma: il risultato è il termine della progressione geometrica corrispondente al risultato.

Allo stesso modo si procede per la divisione:

2048	512	2048 : 512 = 4
Corrispondono a...		
11	9	11 - 9 = 2

con la sola differenza che l'operazione corrispondente alla divisione in questo caso è la sottrazione.

In realtà, questo genere di operazioni lo affrontiamo già con le proprietà delle potenze:

$$2^5 \cdot 2^6 = 2^{11} \qquad 2^{11} : 2^9 = 2^2$$

Stifel<sup>3</sup> estese la connessione tra le due progressioni agli esponenti negativi e a quelli frazionari, ma non arrivò all'introduzione dei logaritmi.

<sup>1</sup> Il quoziente tra ogni termine e il suo precedente, se esiste, è costante

<sup>2</sup> La differenza tra ogni termine e il suo precedente, se esiste, è costante

<sup>3</sup> Stifel è noto anche per aver calcolato la data e l'ora della fine del mondo: il 18 ottobre 1533 alle 8,00 del mattino. Passata questa data, Stifel venne aggredito da un gruppo di suoi concittadini, per aver sbagliato la datazione.

JOHN NAPIER, NEPERO all'italiana, (1550-1617) sviluppò i logaritmi intorno al 1594, proprio a partire dalla corrispondenza tra i termini delle due progressioni, quella aritmetica e quella geometrica. Il suo intento era quello di semplificare i calcoli di trigonometria sferica che venivano fatti per risolvere i problemi astronomici e, proprio per questo motivo, inviò a Tycho Brahe i suoi risultati preliminari per averne l'approvazione.



Nepero non era un matematico di professione: era un ricco proprietario terriero scozzese di famiglia nobile e passava il suo tempo amministrando i suoi possedimenti e scrivendo su svariati argomenti. L'argomento dei logaritmi lo tenne impegnato per parecchi anni: lui stesso ci informa di aver lavorato alla sua invenzione per vent'anni prima di pubblicare i risultati. Pare quindi che la sua idea risalga al 1594.

Nel corso di questi vent'anni, il dott. John Craig, medico personale di Giacomo VI di Scozia, gli fece visita. Nel 1590, Craig aveva fatto parte della delegazione che aveva accompagnato Giacomo VI nel suo viaggio in Danimarca per incontrare la sua futura sposa, Anna di Danimarca. Durante la navigazione, una tempesta aveva obbligato la delegazione ad interrompere il viaggio, per sbarcare lungo la costa danese, non lontano dall'osservatorio di Tycho Brahe. Furono così intrattenuti dall'astronomo, che riferì a Craig l'uso della prostaferesi<sup>4</sup>. Informato di questa nuova formula, Nepero intensificò il proprio lavoro e pubblicò nel 1614 l'opera *Mirifici logarithmorum canonicis descriptio eiusque usus, in utraque Trigonometria, ut etiam in omni Logistica Matematica amplissimi, facillimi et expeditissimi explicatio. Autore ac Inventore Ioanne Nepero, Barone Merchistonii* (Descrizione delle meravigliose regole dei logaritmi e del loro uso nell'una e nell'altra trigonometria, oltre che nel calcolo matematico, con la spiegazione più ampia, più facile ed esente da complicazioni). L'opera è costituita da 56 pagine di descrizioni, definizioni e spiegazioni ed è corredata da numerose tavole.

L'idea centrale su cui si basa l'invenzione di Nepero: partiamo dalla progressione geometrica considerata all'inizio e notiamo che, aumentando l'esponente, il valore della potenza cresce molto rapidamente, anche se la base non è molto grande, come nel caso di una base pari a 2. Per mantenere il più vicino possibile i termini della progressione, Nepero decise di usare un numero molto vicino a 1, ovvero  $1 - 10^{-7}$ , che è pari a 0,9999999.

1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>
1	0,9999999	0,9999998	0,9999997	0,9999996	0,9999995	0,9999994	0,9999993

Siccome i termini della successione sono, a questo punto, troppo vicini tra loro, per avere maggiore equilibrio e per evitare le cifre decimali, Nepero moltiplicò ogni potenza per 10<sup>7</sup>:

0	1	2	3	4	5	6	7
1	0,9999999	0,9999998	0,9999997	0,9999996	0,9999995	0,9999994	0,9999993
10 <sup>7</sup>	9999999	9999998	9999997	9999996	9999995	9999994	9999993

Perciò se  $N = 10^7 \left( 1 - \frac{1}{10^7} \right)^L$ , allora L è il "logaritmo" neperiano del numero N.

Ricostruendo la tabella precedente:

		N	log N
0	$10^7 \left( 1 - \frac{1}{10^7} \right)^0$	10 <sup>7</sup>	0
1	$10^7 \left( 1 - \frac{1}{10^7} \right)^1$	0,9999999	1

<sup>4</sup>  $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$      $\sin p - \sin q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$   
 $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$      $\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

2	$10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^2$	0,9999998	2
3	$10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^3$	0,9999997	3

Da questo si può notare che l'idea di logaritmo di Nepero era diversa dalla nostra.

In un primo tempo, Nepero aveva chiamato i suoi indici di potenze "numeri artificiali", ma più tardi conìò il termine logaritmo, a partire dalle due parole greche *logos*, che significa ragione o rapporto e *arithmos*, numero.

Nepero costruì le sue tavole numericamente, ma, a differenza dei nostri logaritmi, per i suoi non valgono le regole in base alle quali il logaritmo di un prodotto è uguale alla somma dei logaritmi e il logaritmo di un quoziente è uguale alla differenza dei logaritmi.

Infatti: se  $N_1 = 10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^{L_1}$  cioè  $L_1 = \log N_1$  e  $N_2 = 10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^{L_2}$  cioè  $L_2 = \log N_2$  allora:

$$N_1 \cdot N_2 = 10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^{L_1} \cdot 10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^{L_2} = 10^{14} \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^{L_1 + L_2}$$

$$\text{e quindi: } \log N_1 + \log N_2 = \log \frac{N_1 \cdot N_2}{10^{14}}$$

Queste differenze non sono molto importanti, perché implicano solamente uno spostamento della virgola. *Non è pertanto irragionevole chiamare "neperiani" i logaritmi naturali, anche se questi logaritmi non sono, rigorosamente parlando, quelli che Napier aveva in mente*<sup>5</sup>.

L'obiettivo di Nepero è quello di semplificare i calcoli:

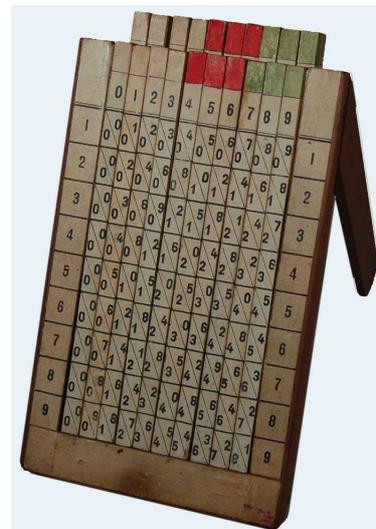
*"Eseguire dei calcoli è operazione difficile e lenta e spesso la noia che ne deriva è la causa principale della disaffezione che la maggioranza della gente prova nei confronti della matematica.*

*Ho cercato sempre – usando tutti i mezzi che avevo a disposizione e con le forze che il mio intelletto mi ha dato – di rendere più agevole e spedito questo processo.*

*È con questo scopo ben fisso nella mente che ho elaborato il metodo dei logaritmi, a cui ho dedicato molti anni di studio... Nello stesso tempo, a beneficio di chi volesse far uso dei numeri naturali, ho predisposto altri tre brevi metodi di semplificazione dei calcoli. Il primo dei quali è stato battezzato Rabdologia e si basa sull'uso di alcune asticelle su cui sono scritti i numeri..."*<sup>6</sup>

7	8	9
0 7	0 8	0 9
1 4	1 6	1 8
2 1	2 4	2 7
2 8	3 2	3 6
3 5	4 0	4 5
4 2	4 8	5 4
4 9	5 6	6 3
4 4	5 5	6 6
5 6	6 4	7 2
6 3	7 2	8 1

Nella sua *Rabdologia* Nepero ci parla dei suoi "bastoncini", uno strumento per effettuare le moltiplicazioni e le divisioni, che restò in uso per circa un secolo. I bastoncini sono contrassegnati in testa dai numeri da 0 a 9. Il singolo bastoncino si divide in 10 quadrati e su ogni quadrato è riportato il multiplo di un numero come nella figura a sinistra: in altre parole, quella riportata è la tabellina della moltiplicazione del numero riportato in alto e ogni quadrato, diviso da una diagonale, riporta il risultato con l'unità nella parte superiore del quadrato e la decina nella parte inferiore.



<sup>5</sup> [1]

<sup>6</sup> [http://www.mainieri.it/WEB/La\\_raccolta\\_di\\_strumenti\\_di\\_calcolo/Pagine\\_singole\\_macchine/Abachi\\_Pallottolieri/Bastoncini\\_Nepero.htm](http://www.mainieri.it/WEB/La_raccolta_di_strumenti_di_calcolo/Pagine_singole_macchine/Abachi_Pallottolieri/Bastoncini_Nepero.htm)

Per eseguire la moltiplicazione fra due numeri dobbiamo procedere come indicato nell'esempio seguente, nel quale svolgiamo la moltiplicazione:

$$238897 \times 2457$$

Partendo da destra e cominciando dalla riga del 7, sommo le due cifre che si trovano in corrispondenza della cifra del moltiplicatore riportata sulla cornice (nell'effettuare le somme, devo ricordarmi i riporti) e riporto le cifre così ottenute come indicato, dopodiché eseguo le somme:

7		1	6	7	2	2	7	9
5	1	1	9	4	4	8	5	
4	9	5	5	5	8	8		
2	4	7	7	7	9	4		
	5	8	6	9	6	9	9	2
								9

$238897 \times 2457 = 586969929$

		2	3	8	8	9	7	
1	0	2	0	3	0	8	0	8
2	0	4	0	6	1	6	1	6
3	0	6	0	9	2	4	2	4
4	0	8	1	2	3	2	3	2
5	1	0	1	5	4	0	4	0
6	1	2	1	8	4	8	4	8
7	1	4	2	1	5	6	6	3
8	1	6	2	4	6	4	6	4
9	1	8	2	7	7	2	7	2

Nepero diede il nome di Rabdologia al libro che descrive lo strumento pensando le asticelle come una metafora del bastone del raddomante (rabdos significa appunto bastone in greco): con i bastoncini, le "Ossa"<sup>7</sup> di Nepero, non si trova l'acqua ma una soluzione rapida delle quattro operazioni. La Rabdologia fu pubblicata nel 1617 in latino come già Nepero aveva fatto per le opere precedenti. Il successo del libro e delle "ossa" in esso descritte fu immediato: ne uscirono ben presto delle traduzioni in inglese, francese, tedesco ed italiano. Possedere il nuovo strumento di calcolo ben presto diventò un irrinunciabile cult per gli intellettuali della seconda metà del Seicento<sup>8</sup>.

Il sistema dei logaritmi pubblicato nel 1614 ebbe un immediato successo e tra i lettori, nonché ammiratori, c'era HENRY BRIGGS (1561-1631), Savillian Professor<sup>9</sup> di geometria a Oxford. Nel 1615, durante una visita in Scozia, Briggs propose a Nepero di utilizzare le potenze del 10. Nepero disse di averci già pensato e si dichiarò d'accordo.

Nepero non ebbe occasione di continuare il suo lavoro in tal senso, perché morì nel 1617 e la sua opera sui logaritmi uscì postuma nel 1619.

Briggs cominciò a compilare le sue tavole di logaritmi, procedendo in maniera diversa rispetto a Nepero, che considerava le potenze di un numero vicino a uno: Briggs cominciò a calcolare successive estrazioni di radice:

$\sqrt{10} = 3,162277$	$\log 3,162277 = 0,5000000$
$\sqrt[4]{10^3} = 5,623413$	$\log 5,623413 = 0,7500000$
$\sqrt[6]{10^5} = 6,812921$	$\log 6,812921 = 0,8333333$

Nel 1617, Briggs pubblicava la sua *Logarithmorum chilias prima*, con le tavole dei logaritmi da 1 a 1000, calcolati fino alla quattordicesima cifra dopo la virgola. Nel 1624, ampliò le sue tavole con l'*Arithmetica logarithmica*, includendo i numeri da 1 a 20.000 e da 90.000 a 100.000 (anche questa volta fino alla quattordicesima cifra dopo la virgola).

Ecco i logaritmi come li conosciamo oggi: tutte le leggi dei logaritmi si applicano alle tavole di Briggs.

Raramente è avvenuto che una nuova scoperta incontrasse una fortuna così rapida come l'invenzione dei logaritmi: il risultato fu la pronta comparsa di tavole di logaritmi che erano più che sufficienti per le esigenze del tempo<sup>10</sup>.

<sup>7</sup> Sono dette anche "ossa di Nepero", perché erano stati realizzati in osso o avorio

<sup>8</sup> <http://www2.comune.roma.it/museomatematica/mouseCALC2.htm>

<sup>9</sup> La Savilian Chair of Geometry è la cattedra assegnata ai professori di Matematica presso l'Università di Oxford, definiti Professori Saviliani. La cattedra di matematica fu fondata nel 1619 da Sir Henry Savile, fondatore anche della Savilian Chair of Astronomy (la cattedra di Astronomia) presso la stessa università. Lo stesso Sir Savile stabilì il programma didattico che i singoli professori sono ancora oggi tenuti a seguire e l'obbligo per ogni professore di depositare gli appunti del proprio corso presso la Biblioteca dell'Università. (<http://it.wikipedia.org>)

<sup>10</sup> [1]



Lo svizzero JOBST BÜRGI (1552-1632), costruttore di orologi e di strumenti di misura e assistente di Keplero a Praga, stava lavorando all'idea dei logaritmi già sei anni prima di Nepero, nel 1588. Il suo obiettivo? Rendere più agevoli i calcoli astronomici. Purtroppo Bürgi pubblicò i risultati ottenuti solo nel 1620, sei anni dopo la comparsa del lavoro di Nepero. Le differenze tra le due impostazioni erano di carattere terminologico, oltre che per la scelta dei valori numerici, ma l'idea di fondo era la stessa. Per alcuni aspetti, l'invenzione di Bürgi è più vicina ai logaritmi per come li conosciamo noi oggi, ma in ogni caso per entrambi i sistemi non valgono le proprietà dei logaritmi. *Dobbiamo considerare Bürgi come un inventore indipendente, cui non venne riconosciuto il merito dell'invenzione a causa della priorità di Napier nella pubblicazione*<sup>11</sup>.

Il matematico più importante di tutti i tempi fu LEONHARD EULER (1707-1783), italianizzato in EULERO.

*Non si sarebbe potuto scegliere un'epoca più propizia per la nascita di un simile genio: la geometria analitica, resa pubblica nel 1637, era applicata da novant'anni, il calcolo differenziale e integrale da circa cinquant'anni, e la legge della gravitazione universale di Newton, la chiave dell'astronomia fisica, era stata presentata al mondo matematico da quarant'anni. In ognuno di questi campi, erano stati risolti molti problemi isolati con qua e là notevoli tentativi di unificazione ma nessuno si era ancora provato ad affrontare sistematicamente l'insieme della matematica, pura e applicata, quale esisteva a quell'epoca*<sup>12</sup>.

Eulero ebbe un ruolo di primo piano anche nell'ambito del calcolo dei logaritmi.

Era nato a Basilea il 15 aprile del 1707. Il padre era un pastore protestante e sperava che il figlio avrebbe seguito le sue orme. Ma Eulero incontrò Bernoulli, sotto la cui guida studiò matematica, collaborando con i suoi figli Nicolaus e Daniel. Fu Bernoulli stesso a convincere il padre a lasciare che Eulero potesse dedicarsi alla matematica, dicendo che era destinato a diventare un grande matematico e non un pastore protestante.

Svolse il primo lavoro originale a soli diciannove anni: nel 1727 l'Accademia di Scienze di Parigi aveva proposto come concorso il problema dell'alberatura delle navi e la memoria di Eulero non ottenne il premio, ma ricevette una menzione onorevole. Ottimo dal punto di vista dell'analisi matematico-tecnica, il lavoro mancava di qualsiasi considerazione di carattere pratico.

Fu chiamato ufficialmente a Pietroburgo in questo stesso anno: i Bernoulli gli avevano offerto un posto all'Accademia, dove gli sarebbe stata assegnata la cattedra di medicina. Il giorno del suo arrivo in Russia, l'imperatrice Caterina I moriva e, con lei, le tendenze liberali della Russia. Il governo passò nella mani di un partito reggente al posto dello zarevic (allora minorenni) e questo governo non solo fu molto brutale ma valutò anche l'idea di sopprimere l'Accademia e rimandare i membri stranieri ai loro rispettivi paesi. Eulero perse così l'occasione di ottenere la cattedra di medicina, ma poté passare alla sezione di matematica. Per sei anni si dedicò solo alla matematica, temendo di mischiarsi ad una vita sociale che si faceva ogni giorno più pericolosa.

Nel 1733, Daniel Bernoulli tornò in Svizzera ed Eulero prese la direzione dell'insegnamento della matematica all'Accademia. Aveva solo 26 anni ed era il matematico più importante dell'Accademia.

Egli appartiene alla categoria dei matematici che poteva lavorare in ogni condizione: ebbe tredici figli e si dice che scriveva *le sue dissertazioni con un figlioletto sulle ginocchia, mentre gli altri gli giocavano intorno. La facilità con la quale scriveva sugli argomenti più difficili della matematica è inconcepibile*<sup>13</sup>.

Nel 1730, con il governo di Anna Ivanovna, anche il lavoro all'interno dell'Accademia cambiò e migliorò, anche se per la Russia questo fu uno dei periodi più sanguinosi della sua storia.

Verso la metà di questo periodo, Eulero perse la vista dell'occhio destro, forse a causa dell'accanimento con il quale si dedicò a un problema di astronomia, proposto dall'Accademia delle Scienze di Parigi: alcuni eminenti matematici avevano chiesto tre mesi per risolverlo, ma ad Eulero bastarono tre giorni. Forse fu proprio lo sforzo straordinario con il quale si dedicò a questo problema a costargli la vista dell'occhio destro.

Nel 1740, accettò l'invito di Federico il Grande ad entrare all'Accademia di Berlino e vi restò per vent'anni. Ma qui non fu felice, visto che Federico non sapeva apprezzarlo. A Berlino, Eulero aveva una vita comoda, ma, sentendo



<sup>11</sup> [1]

<sup>12</sup> [3]

<sup>13</sup> [3]

l'ostilità di Federico, si rese conto che i suoi figli non avrebbero potuto avere buone prospettive e, per questo motivo, accettò l'invito dell'imperatrice Caterina e ritornò in Russia, all'età di 59 anni.

L'imperatrice gli riservò il trattamento che si riserva a un principe: Eulero ebbe a sua disposizione un intero palazzo. Purtroppo, la cataratta<sup>14</sup> cominciò ad attaccare l'occhio sinistro ed in poco tempo Eulero rimase completamente cieco. Egli si stava preparando da tempo a questa totale cecità, cercando di abituarsi a scrivere le sue formule col gesso su una grande lavagna mentre ancora aveva un po' di vista e, con il proseguire della malattia, accettò di dettare le proprie scoperte matematiche ai figli o ai servitori.

Nel 1776, a 69 anni, perse la moglie e si sposò l'anno seguente con la sorellastra della prima moglie.

L'anno dopo, la sua casa fu colpita da un incendio: solo l'intervento coraggioso di un suo domestico gli salvò la vita. Questi, a rischio della propria stessa vita, rientrò in casa per portarlo via, attraverso le fiamme.

Morì il 18 settembre del 1783, all'età di 76 anni.

Nel corso della sua vita, Eulero pubblicò più di cinquecento lavori, tra libri e articoli: l'edizione integrale di tutte le sue opere consta di settantacinque sostanziosi volumi, per un totale di 45.000 pagine alle quali bisogna aggiungere una ricca corrispondenza di ben 4000 lettere. La produzione, valutata nell'arco della sua vita, raggiunge una media di 800 pagine l'anno. Questo gli fu possibile grazie anche al fatto che, come diceva il fisico francese Arago, "*Calcolava senza sforzo apparente, proprio come gli uomini respirano e le aquile volano nel vento*".

*Eulero usò un linguaggio e una notazione che per molti aspetti corrispondono a quelli usati oggi: nessun altro singolo matematico, da solo, contribuì a dare alla matematica la forma che essa presenta ancora oggi*<sup>15</sup>.

Al suo arrivo in Russia nel 1727, Eulero era stato coinvolto negli esperimenti sul tiro dei cannoni: in un resoconto manoscritto dei risultati, aveva usato la lettera  $e$  una dozzina di volte, per presentare la base dei logaritmi naturali o neperiani. Il concetto alla base di questo numero era stato scoperto più di un secolo prima, ma non era ancora stato esplicitato e introdotto nel linguaggio comune. La notazione fu forse suggerita dalla prima lettera del termine "esponenziale" e divenne presto convenzionale. Eulero non introdusse solo la notazione  $e$ , ma anche l'uso definitivo della lettera greca  $\pi$  per indicare il rapporto fra la circonferenza e il suo diametro, che aveva fatto la sua comparsa nel 1706, nella *Synopsis Palmariorum Natheseos, or a New Introduction to the Mathematics* (Sinossi dei capolavori della matematica, ossia nuova introduzione alla matematica) di William Jones.

I tre simboli  $e$ ,  $i$  e  $\pi$ , dovuti in larga misura a Eulero, possono essere associati ai numeri interi 0 e 1, nella famosa uguaglianza:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

che contiene i cinque numeri più significativi della matematica.

Non introdusse solo questi simboli, ma anche molte altre notazioni, per noi così familiari:  $f(x)$  per indicare una funzione di  $x$ , le lettere minuscole  $a$ ,  $b$ ,  $c$  per indicare i lati di un triangolo,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  per indicare gli angoli opposti, il simbolo  $\Sigma$  per la sommatoria...

$e$  è un numero irrazionale, un numero che non si può esprimere esattamente nella scrittura decimale.

*Supponiamo che di qui a un anno tu abbia messo insieme un bel gruzzoletto che ci permetterà di pagarci il viaggio fino a Manaus. Chiamiamo questo gruzzoletto  $P$ . Tu lo hai messo da parte. Ecco che ti capita un colpo di fortuna, e il tuo banchiere ti propone un tasso d'interesse mirabolante: il 100%! C'è poco da ridere, a qualcuno è successo. Non ai poveri, certo, ma ai ricchi. Sogna! Ora fa' un po' di conti. In capo a un anno avrai  $P + P = 2P$ , quindi avrai raddoppiato il tuo piccolo capitale iniziale. Se, invece d'incassare gli interessi alla fine dell'anno li avessi incassati ogni sei mesi, reinvestendoli, alla fine dell'anno hai  $P(1+1/2)^2$ . Calcola pure! A questo punto avresti più che raddoppiato il capitale iniziale: avresti 2,25  $P$ . Se invece di incassare gli interessi ogni sei mesi, li avessi reinvestiti ogni trimestre, alla fine dell'anno il ricavato sarebbe  $P(1+1/4)^4$ . Calcola! Avresti guadagnato ancora di più: 2,441  $P$ . Se li avessi incassati tutti i mesi, reinvestendoli, avresti ottenuto il risultato  $P(1+1/12)^{12}$ . Calcola! Il risultato sarebbe 2,5996  $P$ . Cioè ancora di più. E reinvestendoli tutti i giorni sarebbe  $P(1+1/365)^{365}$ : ancora di più. Tutti i secondi? Ancora di più... Tu non sai più che dire, sei al settimo cielo, ripeti a te stesso che questo è il Paese della cuccagna, che il tuo gruzzolo si moltiplica, aumentando quattro, dieci, cento, un milione, un miliardo di volte rispetto all'inizio, pensi già alla sorella minore alla quale dai la metà di quello che possiedi, te ne infischia, perché sai che un attimo dopo guadagnerai il doppio. Ritorna sulla Terra, mio povero Jon! Il tuo bel sogno è svanito. I tuoi interessi composti hanno un bel daffare a scomporsi, eh! Alla fin fine non hai neanche il triplo del capitale iniziale, e nemmeno 2,9 volte il capitale iniziale, e nemmeno 2,8 volte, nemmeno 2,73 volte,*

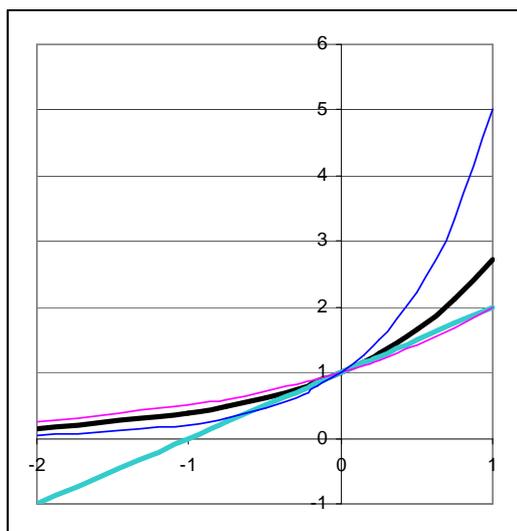
<sup>14</sup> Processo di progressiva opacizzazione del cristallino legato a fenomeni di ossidazione delle proteine costituenti il tessuto, normalmente trasparente. Si tratta di una patologia tipica della senescenza, ma che può interessare anche età meno avanzate, specie se legata a fattori secondari (come ad esempio il diabete)

<sup>15</sup> [1]

nemmeno 2,72 volte... Hai soltanto 2,718281828! Mio povero Jon, dopo tutta quella ricchezza, eccoti soltanto e volte meno povero che all'inizio.<sup>16</sup>

L'esponenziale si trova ovunque, nella natura e nella società: nello sviluppo di una pianta, nell'estensione di un'epidemia, nel proliferare dei batteri, nell'evoluzione di un popolo, nel decadimento radioattivo...

Ritroviamo la curva esponenziale nel pianoforte a coda, negli strumenti a corda e in quelli formati da canne di varia lunghezza. E ritroviamo i logaritmi nei terremoti, perché la scala Richter, escogitata dal sismologo americano Charles F. Richter nel 1935 è logaritmica: misura l'energia liberata da un terremoto aumentata di potenze di 10 in rapporto ai valori della scala stessa. In altre parole, un terremoto di magnitudine 5 libera dieci volte l'energia di uno di magnitudine 4. Anche la scala del pH (dal latino **p**ondus **h**ydrogenii, potenziale dell'idrogeno), una scala di misura dell'acidità di una soluzione acquosa ideata dal chimico danese Søren Sørensen nel 1909, usa il logaritmo e si definisce come  $\text{pH} = -\log_{10} a_{\text{H}^+}$ .



Dell'affascinante numero  $e$  esistono varie definizioni: lo possiamo definire attraverso gli integrali o con le somme infinite:

$$\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$$

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \dots$$

Non solo: il numero  $e$  è l'unico numero positivo per il quale  $e^x \geq 1 + x \quad \forall x \in \mathcal{R}$ , come indicato dal grafico a lato. Il grafico di  $y = e^x$  è indicato in nero, mentre il grafico di  $y = 1 + x$  è indicato in azzurro. Le altre due curve che, come si vede, intersecano la retta sono  $y = 5^x$  (blu) e  $y = 2^x$  (fucsia).

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Carl B. Boyer, *Storia della matematica*, Oscar Saggi Mondadori, Milano, 1980
- [2] Morris Kline, *Storia del pensiero matematico*, Biblioteca Einaudi, Torino, 1991
- [3] Eric T. Bell, *I grandi matematici*, Sansoni, Firenze, 2000
- [4] Denis Guedj, *Il Teorema del Pappagallo*, Longanesi, Milano, 2000
- [5] Theoni Pappas, *Le gioie della matematica*, Franco Muzzio Editore, Padova, 1995
- [6] Keith Devlin, *Dove va la matematica*, Bollati Boringhieri, Torino, 1994

#### SITOGRAFIA

- <http://web.ticino.com/calcolo/tavolelog/esempio.html> (esempio di calcolo)
- <http://www2.comune.roma.it/museomatematica/mouseCALC2.htm>
- [http://www.mainieri.it/WEB/La\\_raccolta\\_di\\_strumenti\\_di\\_calcolo/Pagine\\_singole\\_macchine/Abachi\\_Pallottolieri/Bastoncini\\_Nepero.htm](http://www.mainieri.it/WEB/La_raccolta_di_strumenti_di_calcolo/Pagine_singole_macchine/Abachi_Pallottolieri/Bastoncini_Nepero.htm)
- <http://it.wikipedia.org>
- <http://precorso.dicom.uninsubria.it/lezioni/logaritmo.htm>

<sup>16</sup> [4]