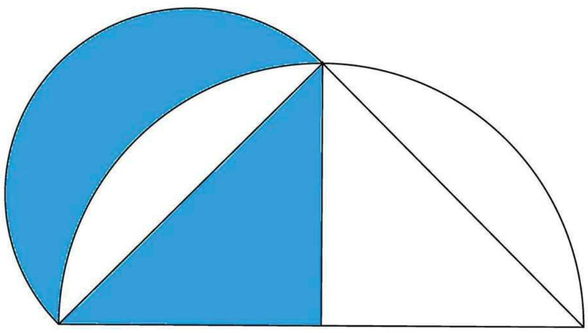
UN LOGO UN PO' PARTICOLARE

Occorrente:

- Righello
- Matita
- Compasso
- Foglio di carta

Istruzioni:

Realizzate oppure stampate questo disegno che è il logo della Mathesis, un'associazione italiana che valorizza l'insegnamento della matematica e delle scienze.



Perché, delle cinque parti che formano il logo, hanno colorato proprio quelle due?

Provate a rifletterci…

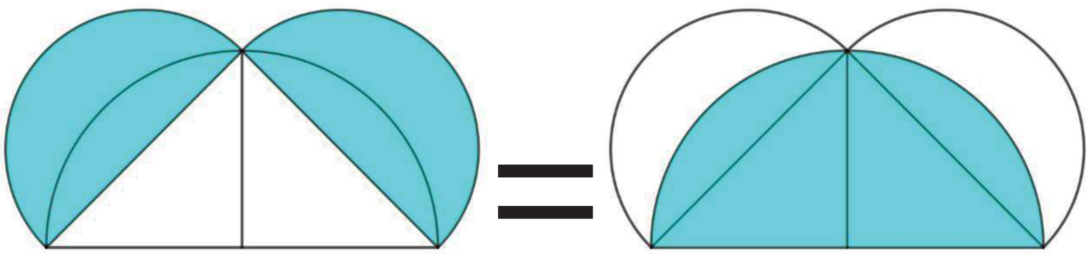
UN LOGO UN PO' PARTICOLARE

SOLUZIONE

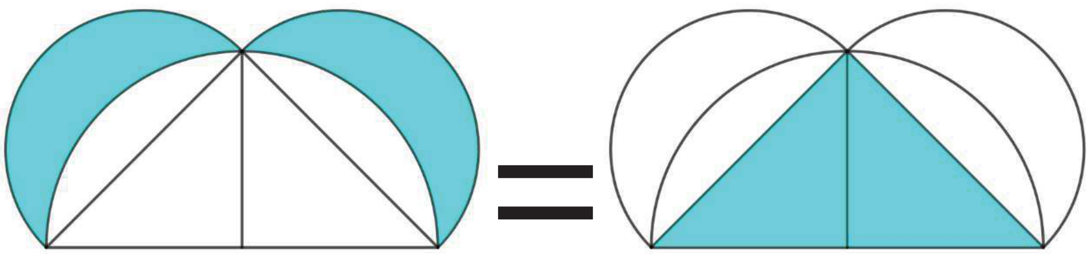
Questa sfida geometrica può essere risolta in tre modi diversi.

Teorema di Pitagora

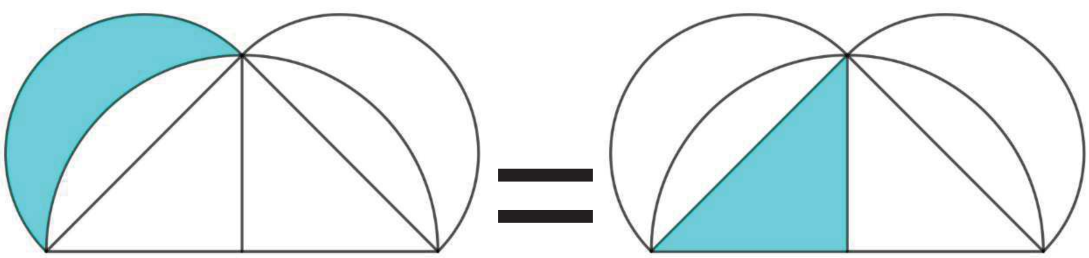
Usualmente il teorema di Pitagora viene enunciato parlando di quadrati costruiti sui cateti e sull'ipotenusa, ma il teorema vale anche se al posto dei quadrati sui cateti e sull'ipotenusa costruiamo altri poligoni regolari o delle semicirconferenze:



Nelle immagini abbiamo evidenziato le due semicirconferenze costruite sui cateti (a sinistra) e la semicirconferenza costruita sull'ipotenusa (a destra).
Ora sottraiamo la stessa area ad entrambe le superfici colorate:



Non resta poi che dividere a metà entrambe le aree e otteniamo quindi che, nel logo Mathesis, sono state colorate due aree equivalenti:

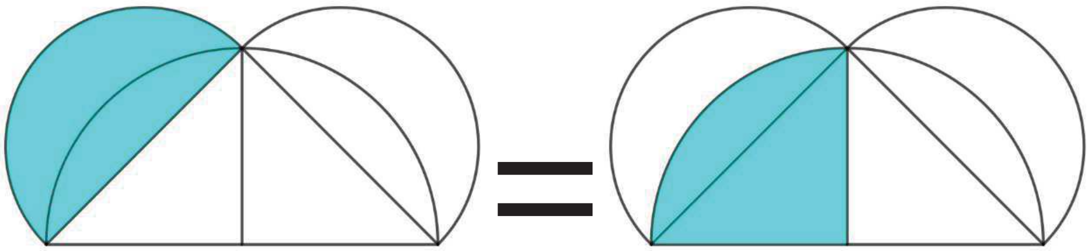


Proporzioni

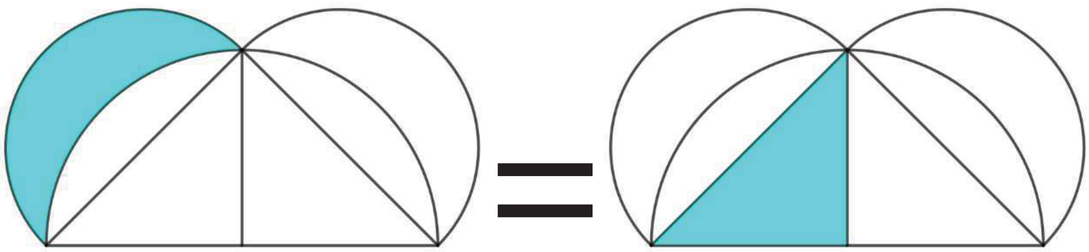
Il rapporto tra il lato e la diagonale del quadrato è $1/\sqrt{2}$:

$$L : D = 1 : \sqrt{2}$$

Di conseguenza il rapporto tra le aree delle circonferenze che hanno per diametro rispettivamente il lato del quadrato e la sua diagonale è $1 : 2$. Il semicerchio costruito sul lato del quadrato, ovvero sul cateto del triangolo, è equivalente a metà del semicerchio costruito sulla diagonale del quadrato, ovvero sull'ipotenusa del triangolo. Prendendo quindi la metà del semicerchio costruito sull'ipotenusa, otteniamo la seguente equivalenza:

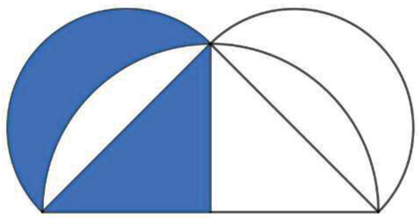


E togliendo a entrambe le aree la stessa parte, otteniamo l'equivalenza voluta:



Calcoli

Indichiamo con R il raggio della circonferenza costruita sull'ipotenusa. L'area del triangolo colorato è quindi $R^2/2$.



Determiniamo l'area dell'area bianca, compresa tra la lunula e il triangolo, facendo la differenza tra la metà dell'area del semicerchio costruito sull'ipotenusa e l'area del triangolo:

$$\frac{\pi R^2}{2} : 2 - \frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

Determiniamo ora l'area della lunula, ovvero l'area ottenuta dalla differenza tra l'area del semicerchio costruito sul cateto e la piccola zona bianca, della quale abbiamo appena calcolato l'area. Il cateto ha misura $R\sqrt{2}$, perciò il raggio del semicerchio è $r = R\frac{\sqrt{2}}{2}$:

$$\frac{\pi r^2}{2} - \frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{2\,R^2}{4} - \frac{\pi}{4}R^2 + \frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{2}$$