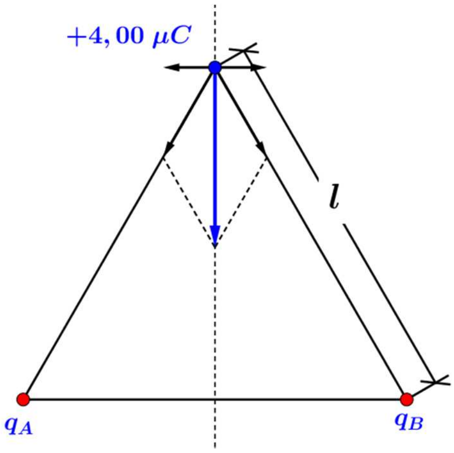
1. La figura 1 mostra un triangolo equilatero di lato $2{,}00\ cm$. In ogni vertice è posta una carica puntiforme. La carica di $4{,}00\ \mu C$ subisce una forza totale causata dalle cariche q_A e q_B. Questa forza è diretta lungo l'asse del segmento che ha per estremi le due cariche, verso le due cariche e ha un'intensità di $405\ N$. Determina le cariche q_A e q_B.

$$l = 2{,}00\ cm \qquad q = 4{,}00\ \mu C \qquad F = 405\ N \qquad q_A? \qquad q_B?$$

Siccome la forza risultante è diretta verso le due cariche, le due cariche devono essere necessariamente di segno opposto rispetto a quella data, quindi **negative**. Inoltre, visto che la forza ha la stessa direzione dell'asse del segmento che ha per estremi le due cariche, le due cariche alla base sono **uguali**: infatti, in questo modo, le due componenti orizzontali delle singole forze sono uguali e opposte e quindi si annullano a vicenda, lasciando solo la componente verticale.
La forza totale è data da:



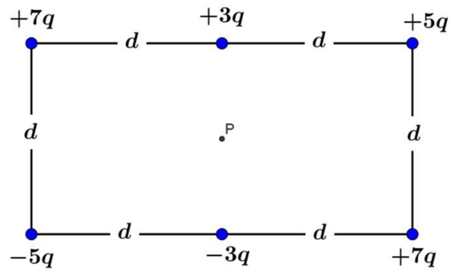
$$F = F_{A_y} + F_{B_y} = F_A \cos 30° + F_B \cos 30°$$

$$F_A = F_B = k\frac{q q_A}{l^2} \quad \Rightarrow \quad F = 2F_A \cos 30° = 2k\frac{q q_A}{l^2}\cos 30°$$

$$q_A = \frac{F\ l^2}{2k\ q \cos 30°} = \mathbf{2{,}60\ \mu C}$$

2. La figura 2 mostra sei cariche puntiformi disposte lungo i lati di un rettangolo. Il valore di q è $9{,}0\ \mu C$ e la distanza d è $0{,}13\ m$. Trova il potenziale elettrico totale nel punto P, ovvero nel centro del rettangolo.

$$q = 9{,}0\ \mu C \qquad d = 0{,}13\ m \qquad V?$$



Il potenziale di una carica puntiforme è dato da $V = k\frac{q}{r}$, dove r è la distanza dalla carica. Il potenziale è una grandezza scalare e si ottiene sommando i potenziali delle singole cariche, prese con il loro segno. Per determinare la distanza da P, nel caso delle cariche nei vertici si usa il teorema di Pitagora, perciò tale distanza è data da $\sqrt{d^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{d}{2}\sqrt{5}$, mentre per le altre due cariche la distanza è data da $\frac{d}{2}$.

$$V = k\frac{7q}{\frac{d}{2}\sqrt{5}} + k\frac{3q}{\frac{d}{2}} + k\frac{5q}{\frac{d}{2}\sqrt{5}} - k\frac{5q}{\frac{d}{2}\sqrt{5}} - k\frac{3q}{\frac{d}{2}} + k\frac{7q}{\frac{d}{2}\sqrt{5}} = k\frac{28q}{d\sqrt{5}} = \mathbf{7{,}8 \cdot 10^6\ V}$$

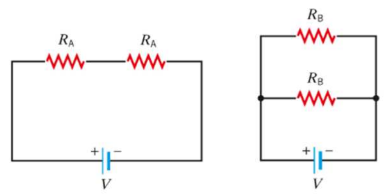
3. La figura 3 mostra due circuiti in cui viene usata la stessa batteria. Sapendo che viene fornita la stessa potenza totale in ognuno dei circuiti, trova il rapporto R_B/R_A.

$$R_A \qquad R_B \qquad V_A = V_B = V \qquad P_A = P_B = P \qquad R_B/R_A?$$

Nel primo caso, in serie, la resistenza totale è data dalla somma delle resistenze:

$$R_{eq_A} = R_A + R_A = 2\ R_A$$

Nel secondo caso, in parallelo, la resistenza totale è data dal reciproco della somma dei reciproci delle resistenze:



Circuito A Circuito B

$$R_{eq_B} = \left(\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_B}\right)^{-1} = \frac{R_B}{2}$$

La potenza è data dal rapporto tra il quadrato del potenziale e la resistenza, perciò:

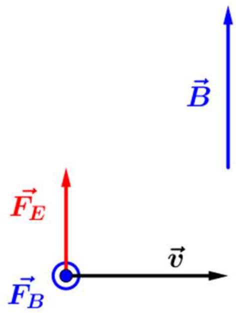
$$\frac{V^2}{R_{eq_A}} = \frac{V^2}{R_{eq_B}} \quad \Rightarrow \quad R_{eq_B} = R_{eq_A} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_B}{2} = 2R_A \quad \Rightarrow \quad R_B/R_A = \mathbf{4}$$

4. Un campo magnetico ha intensità $1{,}2 \cdot 10^{-3}\ T$ e un campo elettrico ha intensità $4{,}6 \cdot 10^{3}\ N/C$. I campi puntano nello stesso verso. Una carica positiva di $1{,}8\ \mu C$ si muove a $3{,}1 \cdot 10^{6}\ m/s$ in una direzione perpendicolare a entrambi i campi. Calcola l'intensità della forza totale che agisce sulla particella.

La forza agente sulla carica positiva per effetto del campo magnetico, $\overrightarrow{F_B}$, è uscente dal foglio, come possiamo determinare con la regola della mano destra, mentre il modulo è: $F_B = qvB$ (essendo velocità e campo perpendicolari, l'angolo è 90°, perciò il seno è uguale a 1).

La forza agente per effetto del campo elettrico, $\overrightarrow{F_E}$, ha la stessa direzione e lo stesso verso del campo elettrico, trattandosi di una carica positiva; il modulo è: $F_E = qE$.

La forza totale è data dalla somma delle due forze. Essendo tali forze perpendicolari, otteniamo il modulo applicando il teorema di Pitagora:



$$F = \sqrt{F_E^2 + F_B^2} = q\sqrt{E^2 + v^2B^2} = \mathbf{1,1 \cdot 10^{-2}\ N}$$

5. Una spira rettangolare si muove verso destra con velocità $0{,}020\ m/s$ (figura 4). La spira sta uscendo da una regione in cui c'è un campo magnetico uniforme di $2{,}4\ T$. All'esterno della regione il campo magnetico è nullo. Qual è la variazione di flusso magnetico durante $2{,}0\ s$?

$$v = 0{,}020\ m/s \qquad B = 2{,}4\ T \qquad \Delta t = 2{,}0\ s \qquad l = 0{,}080\ m \qquad \Delta\Phi?$$

Il flusso è dato dal prodotto scalare tra campo magnetico e area e, dato che la spira è perpendicolare al campo magnetico, il coseno è 1. Il campo magnetico si mantiene costante, mentre varia l'area, o meglio i lati x, parallelo alla velocità della spira:

$$\Delta\Phi = B\Delta A = B\ l\ \Delta x = Bl\frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \Delta t = Blv\Delta t = \mathbf{7,7 \cdot 10^{-3}\ Wb}$$

6. Una radiazione non polarizzata di intensità $16\ W/m^2$ attraversa quattro polarizzatori ideali i cui assi di trasmissione sono inclinati di 30° ciascuno rispetto al precedente.
   A. Qual è l'intensità che emerge dal quarto polarizzatore?
   B. Come cambia l'intensità emergente se sono rimossi i due polarizzatori centrali?

$$I_o = 16\ W/m^2 \qquad \alpha = 30° \qquad I_A? \qquad \beta = 90° \qquad I_B?$$

A. Il primo polarizzatore dimezza la radiazione, essendo essa non polarizzata, mentre per i successivi passaggi applico la legge di Malus e quindi, a ogni passaggio, bisogna moltiplicare l'intensità per $\cos^2\alpha$:

$$I_A = \frac{1}{2}I_o(\cos^2\alpha)^3 = \frac{1}{2}I_o\ \cos^6\alpha = \mathbf{3,4\ W/m^2}$$

B. Nel secondo caso, invece, gli assi dei due polarizzatori formano un angolo di 90°, perciò l'intensità risultante è nulla:

$$I_B = \frac{1}{2}I_o\cos^2\beta = \mathbf{0\ W/m^2}$$