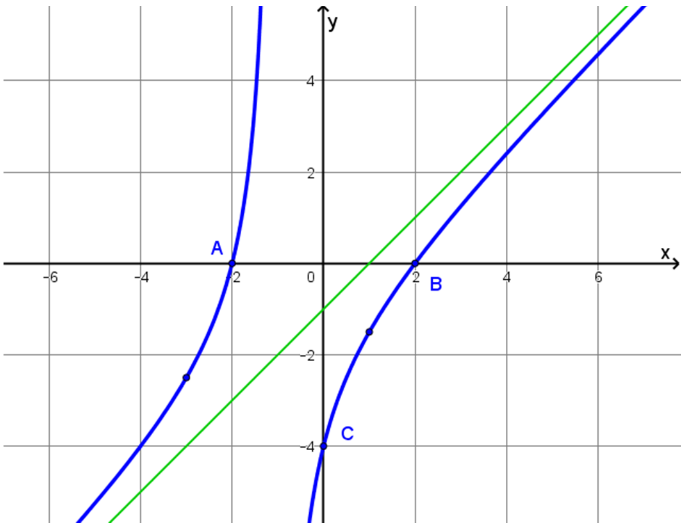
1. Rappresenta graficamente una funzione $y = f(x)$ per la quale siano verificate le seguenti condizioni:

$$D =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[\qquad C = \mathbb{R} \qquad f(-3) = -\frac{5}{2} \qquad f(1) = -\frac{3}{2}$$

Intersezioni con gli assi: $A\ (-2; 0),\ B\ (2; 0),\ C(0; -4)$ $\qquad f(x) > 0:]-2; -1\ [\cup]2; +\infty[$

Crescente: $]-\infty; +\infty[$ $\qquad$ Asintoto obliquo di equazione $y = x - 1$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to-1^{\pm}} f(x) = \mp\infty$$



2. Dall'esame del grafico della funzione rappresentato in figura, deduci:

Dominio: $]-\infty; -1] \cup]-1; 0[\cup [0; +\infty[$

Codominio: $\left]-\infty; \frac{235}{27}\right]$

Intersezioni con gli assi:

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right); \left(\frac{10}{3}; 0\right); (0; -4)$

$f(x) > 0$: $]-\infty; -1] \cup \left]\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{10}{3}\right[$

Crescente: $]-\infty; -1] \cup]-1; 0[\cup \left[0; \frac{7}{3}\right[$

Iniettiva? **NO**

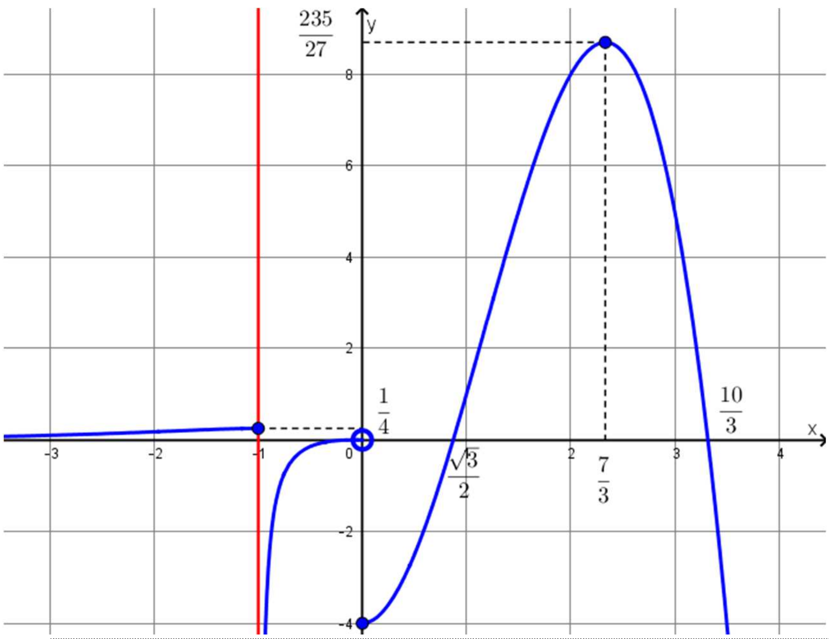
Suriettiva? **NO**

Limitata? **Superiormente**

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x\to-1^-} f(x) = \frac{1}{4}$

$\lim_{x\to-1^+} f(x) = -\infty$



$\lim_{x\to0^-} f(x) = 0$ $\qquad$ $\lim_{x\to0^+} f(x) = -4$

$\lim_{x\to0} f(x) = \text{non esiste}$ $\qquad$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

Equazioni di eventuali asintoti: $x = -1$ *asintoto verticale a destra*; $y = 0$ *asintoto orizzontale a* $-\infty$

3. Traccia il grafico probabile della seguente funzione, dopo averne studiato tutte le caratteristiche:

$$f(x) = \ln\frac{2x-5}{2x+4}$$

1. Dominio: $\frac{2x-5}{2x+4} > 0$ $\quad x < -2 \quad \vee \quad x > \frac{5}{2}$ $\qquad \boldsymbol{D = \left]-\infty;\ -2\right[\ \cup\ \left]\frac{5}{2};\ +\infty\right[}$
2. Eventuali simmetrie: non ci sono simmetrie, dato che il dominio per primo non è simmetrico
3. Intersezioni con gli assi: è impossibile l'intersezione con l'asse y, escluso dal dominio. Valutiamo l'intersezione con l'asse x:

$$\begin{cases} y = \ln\frac{2x-5}{2x+4} \\ y = 0 \end{cases} \qquad \frac{2x-5}{2x+4} = 1 \qquad \frac{-9}{2x+4} = 0 \qquad \nexists x \in \mathbb{R}$$

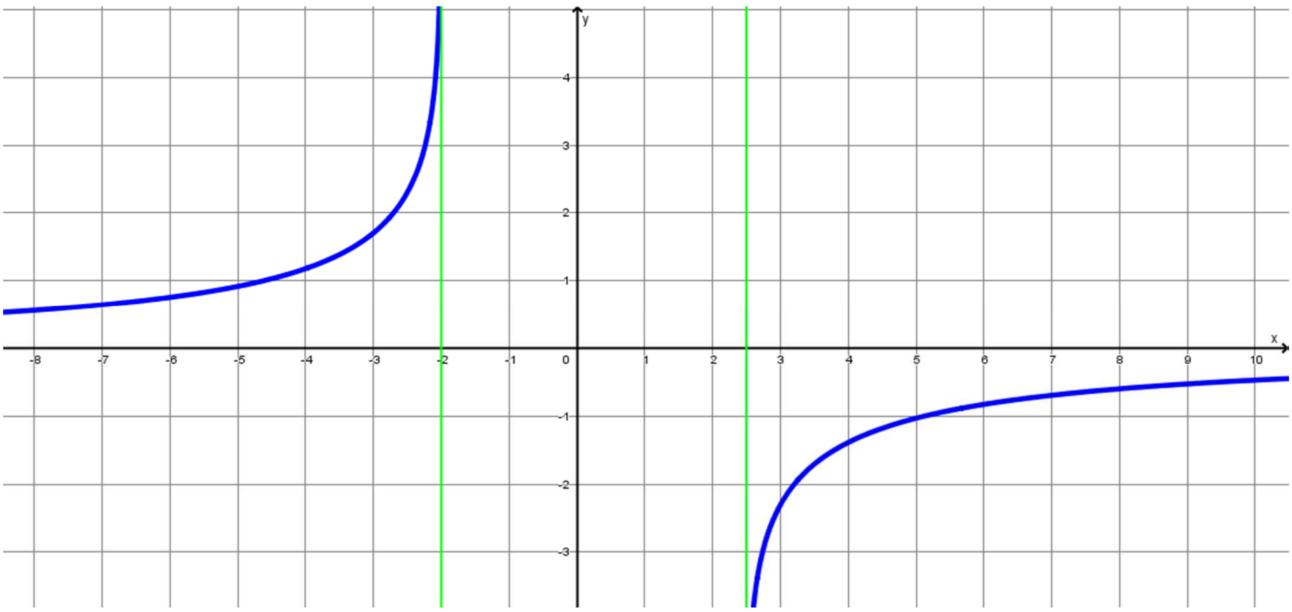
4. Positività:

$$\ln\frac{2x-5}{2x+4} > 0 \qquad \frac{2x-5}{2x+4} > 1 \qquad \frac{-9}{2x+4} > 0 \qquad \boldsymbol{x < -2}$$

5. Eventuali asintoti:

$$\lim_{x\to\pm\infty} \ln\frac{2x-5}{2x+4} = 0 \qquad \boldsymbol{y = 0 \quad asintoto\ orizzontale}$$

$$\lim_{x\to-2^-} \ln\frac{2x-5}{2x+4} = +\infty \qquad \boldsymbol{x = -2 \quad asintoto\ verticale} \qquad \lim_{x\to\left(\frac{5}{2}\right)^+} \ln\frac{2x-5}{2x+4} = -\infty \qquad \boldsymbol{x = \frac{5}{2} \quad asintoto\ verticale}$$



4. Calcola i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log_2(x+1)}{2x}=\lim_{x\to 0}\log_2(x+1)^{\frac{1}{2x}}=\lim_{x\to 0}\log_2\left[\left(1+\frac{1}{\frac{1}{x}}\right)^{\frac{1}{\frac{1}{x}}}\right]^{\frac{1}{2}}=\log_2 e^{\frac{1}{2}}=\boldsymbol{\frac{1}{2}\log_2 e}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2x}\right)^{\frac{1}{\ln 3x}}=\lim_{x\to+\infty}e^{\ln\left(\frac{1}{2x}\right)^{\frac{1}{\ln 3x}}}=\lim_{x\to+\infty}e^{\frac{1}{\ln 3x}\cdot\ln(2x)^{-1}}=\lim_{x\to+\infty}e^{\frac{-\ln 2x}{\ln 3x}}=\lim_{x\to+\infty}e^{\frac{-\ln 2-\ln x}{\ln 3+\ln x}}=\lim_{x\to+\infty}e^{\frac{-\ln x}{\ln x}}=\boldsymbol{\frac{1}{e}}$$

$$\lim_{x\to 0}(1-x)^{-\frac{1}{x}}=\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{-\frac{1}{x}}\right)^{-\frac{1}{x}}=\boldsymbol{e}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x}{x}=\boldsymbol{-1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)\cdot\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{x}}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

$$\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt[3]{x}+1}{x+1}=\lim_{x\to-1}\left(\frac{\sqrt[3]{x}+1}{x+1}\cdot\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}\right)=\lim_{x\to-1}\frac{x+1}{(x+1)\left(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1\right)}=\boldsymbol{\frac{1}{3}}$$

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}=\lim_{x\to 4}\left(\frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2x+1}+3}{\sqrt{2x+1}+3}\cdot\frac{\sqrt{x-2}+\sqrt{2}}{\sqrt{x-2}+\sqrt{2}}\right)=\lim_{x\to 4}\left(\frac{2\,(x-4)}{x-4}\cdot\frac{\sqrt{x-2}+\sqrt{2}}{\sqrt{2x+1}+3}\right)=\boldsymbol{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$$

$$\lim_{x\to 0^+}\sqrt{\frac{1-\cos x}{\sin x}}=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{\frac{1-\cos x}{\sin x}\cdot\frac{1+\cos x}{1+\cos x}}=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{\frac{\sin x}{1+\cos x}}=\boldsymbol{0}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{2x^2+x+4}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{2x^2}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x+1}=\boldsymbol{0}$$