1. Un cane che sta in un punto A insegue una lepre che si trova, all'istante iniziale, 30 m avanti ad A. Il cane galoppa con falcate di 2 m, mentre la lepre fugge compiendo falcate di 1 m. Ogni due falcate del cane, la lepre ne compie tre. A che distanza da A il cane raggiungerà la lepre?

Giochi di Archimede, 1996, triennio

Le due falcate del cane vengono fatte nello stesso intervallo di tempo in cui la lepre ne compie tre, ovvero il cane percorre 4 m mentre la lepre ne percorre 3 m. Perciò le due velocità le possiamo determinare il rapporto tra le due velocità:

$$v_c = \frac{4}{3} v_l$$

Scriviamo ora le leggi orarie dei due moti:

$$Cane:\ x = v_c t \qquad Lepre: x = 30\ m + v_l t$$

Mettendo a sistema:

$$\begin{cases} x = v_c t \\ x = 30\ m + v_l t \end{cases} \qquad \begin{cases} t = \dfrac{x}{v_c} \\ x = 30\ m + v_l \cdot \dfrac{x}{v_c} \end{cases} \qquad x = 30\ m + \frac{3}{4} x \qquad x = 120\ m$$

Il cane raggiunge la lepre a **120 m da A**.

2. Due ciclisti partono contemporaneamente da due punti diametralmente opposti di una pista circolare lunga 400 m. Essi girano nello stesso senso a velocità costante di 35 km/h e 40 km/h rispettivamente. Dopo quanti giri il ciclista più veloce raggiungerà l'altro?

Giochi di Archimede, 1999, triennio

Calcolo il tempo necessario al ciclista più veloce per percorrere un giro:

$$v_2 = 40\ km/h \qquad t_2 = \frac{400\ m}{v_2} = 36\ s$$

In 36 s, il ciclista più lento ha percorso:

$$s = v_1 \cdot 36\ s = 350\ m$$

In altre parole, a ogni giro il ciclista più lento resta indietro di 50 m, ovvero 1/8 di giro.
Siccome i due ciclisti distano, inizialmente, mezzo giro, dopo **4 giri** il ciclista più veloce raggiungerà l'altro.

3. Una ruota avente diametro 5 cm è connessa ad un'altra ruota tramite una cinghia di trasmissione. La prima ruota a 1000 giri al minuto. Che diametro dovrà avere la seconda ruota per ruotare a 200 giri al minuto?

Giochi di Archimede, 2002, biennio

Se le due ruote sono connesse tramite una cinghia di trasmissione, allora hanno la stessa velocità tangenziale, ovvero:

$$v_1 = v_2 \quad \Rightarrow \quad 2\pi r_1 f_1 = 2\pi r_2 f_2 \quad \Rightarrow \quad d_1 f_1 = d_2 f_2 \quad \Rightarrow \quad d_2 = d_1 \frac{f_1}{f_2} = 5\ cm \cdot \frac{1000\ giri/min}{200\ giri/min} = \mathbf{25\ cm}$$

4. A quanti minuti corrispondono 0,65 di ora?

Giochi di Autunno, 2005

$$\frac{65}{100} = \frac{x}{60} \quad \Rightarrow \quad x = 60 \cdot \frac{65}{100} = \mathbf{39\ min}$$

5. Due oggetti omogenei, fatti di due materiali diversi, hanno lo stesso volume, ma il primo ha una massa di $242\ g$ maggiore del secondo. Sapendo che il materiale di cui è fatto il primo oggetto ha densità $8{,}9\ g/cm^3$ e quello di cui è fatto il secondo oggetto ha densità $7{,}8\ g/cm^3$, qual è il volume di ciascuno degli oggetti?

Giochi di Archimede, 2002, triennio

$$V_1 = V_2 \qquad m_1 = m_2 + 242\ g \qquad d_1 = 8{,}9\ g/cm^3 \qquad d_2 = 7{,}8\ g/cm^3$$

Dato che la densità è il rapporto tra la massa e il volume:

$$d_2 = \frac{m_2}{V_2} \quad \Rightarrow \quad m_2 = d_2 V_2$$

Sostituendo nella prima densità:

$$d_1 = \frac{m_1}{V_1} \quad \Rightarrow \quad d_1 V_1 = m_2 + 242\ g \quad \Rightarrow \quad d_1 V_1 = d_2 V_2 + 242\ g$$

Data l'uguaglianza dei due volumi:

$$(d_1 - d_2)\, V_1 = 242\ g \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_2 = \frac{242\ g}{d_1 - d_2} = \mathbf{220\ cm^3}$$

6. Un ciclista percorre una salita con velocità v costante e ridiscende per la stessa strada con velocità ancora costante ma pari al triplo della precedente. Qual è la velocità media nell'intero percorso di andata e ritorno?

Giochi di Archimede, 2003, triennio

Se indichiamo il percorso di salita e quello di discesa con L, la distanza percorsa totalmente è 2L. Il tempo della discesa è 1/3 di quello della salita, perciò:

$$v_m = \frac{2\,L}{t + \frac{1}{3}t} = \frac{3}{2} \cdot \frac{L}{t} = \mathbf{\frac{3}{2}v}$$

7. La produzione vinicola italiana rappresenta il 25% di quella mondiale ed il 38% di quella europea. Quale percentuale della produzione mondiale è rappresentata dalla produzione europea?

Giochi di Archimede, 1998, biennio

Indicando con M la produzione mondiale e con E quella europea:

$$\frac{25}{100}M = \frac{38}{100}E \quad \Rightarrow \quad E = \frac{25}{38}M = \mathbf{66\%}$$

8. La casa e la scuola di Pietro si trovano alle due estremità di una strada rettilinea. La mamma di Pietro esce di casa e si dirige verso la scuola nello stesso momento in cui Pietro esce da scuola e si dirige verso casa. La mamma di Pietro cammina a velocità doppia rispetto a Pietro. Quanta parte del cammino da casa a scuola avrà percorso la mamma di Pietro nel momento in cui lo incontra?

Giochi di Archimede, 2008, biennio

Considerando che la velocità della mamma di Pietro è doppia rispetto a quella del figlio, la mamma percorre il doppio della strada rispetto a Pietro. Dividendo il percorso in tre parti, la mamma ne percorrerà due e Pietro una sola, ovvero la mamma avrà percorso **2/3** del cammino.

9. Una corsa in montagna di 13 km è stata vinta da un podista che ha impiegato 51 minuti per concludere la prova. Paolo, 57° classificato, ha impiegato 1 ora e 18 minuti. Ammettendo che Paolo abbia corso con velocità costante, a quale distanza dall'arrivo si trovava mentre il vincitore tagliava il traguardo?

Giochi di Archimede, 2007, triennio

Paolo ha impiegato 78 minuti per percorrere i 13 km, ovvero 27 minuti più del vincitore. Basta calcolare lo spazio percorso da Paolo in un minuto e poi moltiplicarlo per 27, quella sarà la distanza di Paolo dall'arrivo nel momento in cui il vincitore tagliava il traguardo:

$$d = \frac{13000\ m}{78\ min} \cdot 27\ min = \mathbf{4500\ m}$$