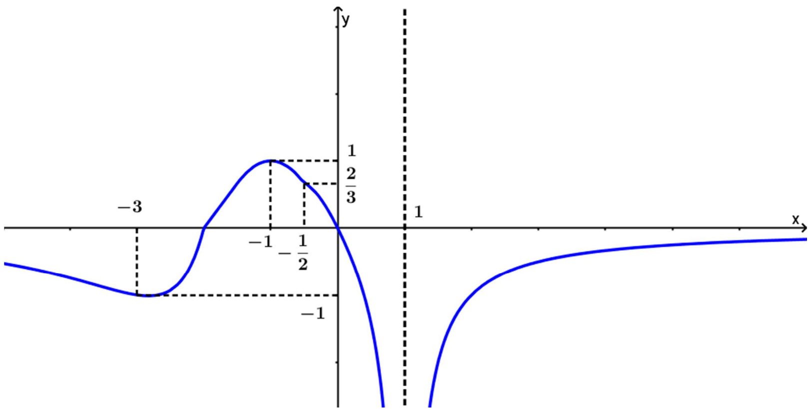
1. Dall'esame del grafico della funzione rappresentato in figura, deduci:

Dominio: $]-\infty;\mathbf{1}[\cup]\mathbf{1};+\infty[$
Codominio: $]-\infty;\mathbf{1}]$
Pari? **NO**
Dispari? **NO**
Intersezioni con gli assi: $\boldsymbol{A(-2;0)}$ $\boldsymbol{O(0;0)}$
$f(x)>0$: $]-\mathbf{2};\mathbf{0}[$
Crescente: $]-\mathbf{3};-\mathbf{1}[\cup]\mathbf{1};+\infty[$
Iniettiva? **NO**
Suriettiva? **NO**
$f(-1)=\mathbf{1}$
$f(-3)=-\mathbf{1}$
$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$



2. Considera la funzione:

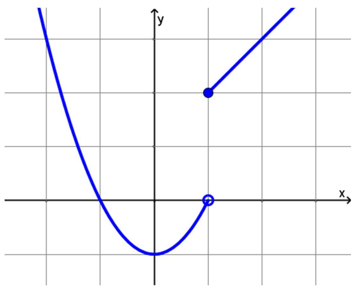
$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & per\ x<1 \\ x+1 & per\ x\geq 1 \end{cases}$$

A. Dopo aver tracciato il grafico della funzione, determinane il codominio
B. Calcola le immagini di $x=-3$, $x=0$ e $x=5$
C. Determina le controimmagini di $y=0$, $y=2$ e $y=3$

Codominio: $\boldsymbol{y\geq -1}$

$f(-3)=\mathbf{8}$ $f(0)=-\mathbf{1}$ $f(5)=\mathbf{6}$

$f(-\mathbf{1})=0$
$f(\mathbf{1})=2$ $f(-\sqrt{\mathbf{3}})=2$
$f(\mathbf{2})=3$ $f(-\mathbf{2})=3$



3. Se $f(x)=\frac{5x}{x-2}$ e $f(g(x))=\frac{15x}{11x-4}$, determina l'espressione analitica di $g(x)$.

$$f(g(x))=\frac{5\,g(x)}{g(x)-2}=\frac{15x}{11x-4}$$

$11\,x\,g(x)-4\,g(x)=3\,x\,g(x)-6\,x$ $g\,(x)\,(8x-4)=-6x$ $\boldsymbol{g(x)=\frac{3x}{2-4x}}$

4. Delle seguenti funzioni determina dominio, eventuali simmetrie, intersezioni con gli assi, positività della funzione e rappresenta gli elementi trovati in un piano cartesiano:

$$f(x)=\ln\frac{x+1}{x-1} \qquad f(x)=\frac{2x^2+3}{x^2-4}$$

$f(x)=\ln\dfrac{x+1}{x-1}$

A. Dominio:

$$\frac{x+1}{x-1}>0 \qquad \boldsymbol{D=]-\infty;-1[\,\cup\,]1;+\infty[}$$

B. La funzione è dispari, infatti:

$$f(-x)=\ln\frac{-x+1}{-x-1}=\ln\frac{x-1}{x+1}=\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{-1}=-\ln\frac{x+1}{x-1}=-f(x)$$

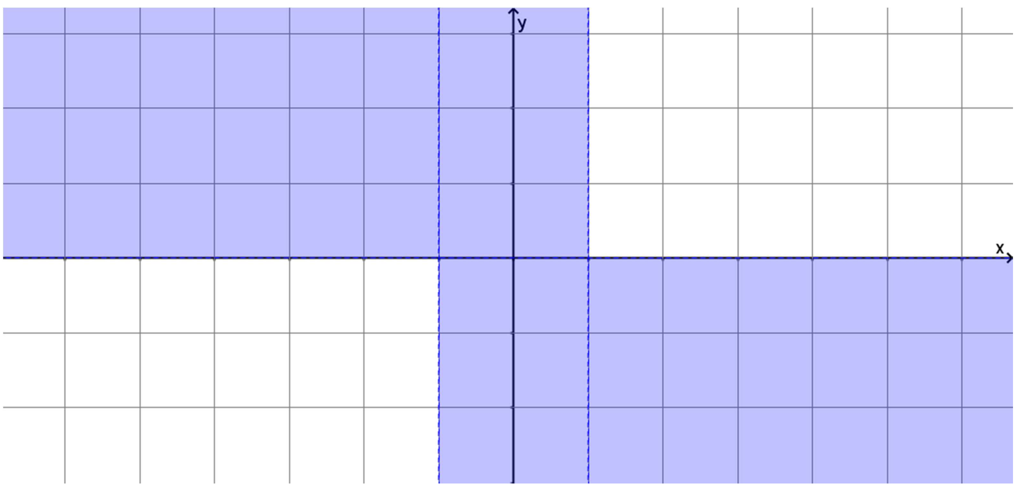
C. Non ci sono intersezioni con l'asse y, visto che è escluso dal dominio. Determino le intersezioni con l'asse x:

$$\begin{cases} y=0 \\ y=\ln\dfrac{x+1}{x-1} \end{cases} \qquad \ln\frac{x+1}{x-1}=0 \qquad \frac{x+1}{x-1}=1 \qquad \frac{x+1-x+1}{x-1}=0 \qquad \nexists x\in\mathbb{R}$$

Non ci sono intersezioni con gli assi.

D.

$$\ln\frac{x+1}{x-1}>0 \qquad \frac{x+1}{x-1}>1 \qquad \frac{2}{x-1}>0 \qquad \boldsymbol{x>1}$$



$$f(x) = \frac{2x^2+3}{x^2-4}$$

A. Dominio:

$x^2 - 4 \neq 0$ $\qquad$ $\boldsymbol{D =]-\infty; -2[\cup]-2; 2[\cup]2; +\infty[}$

B. La funzione è pari, infatti:

$$f(-x) = \frac{2(-x)^2+3}{(-x)^2-4} = \frac{2x^2+3}{x^2-4} = f(x)$$

C. Determino le intersezioni con l'asse x:

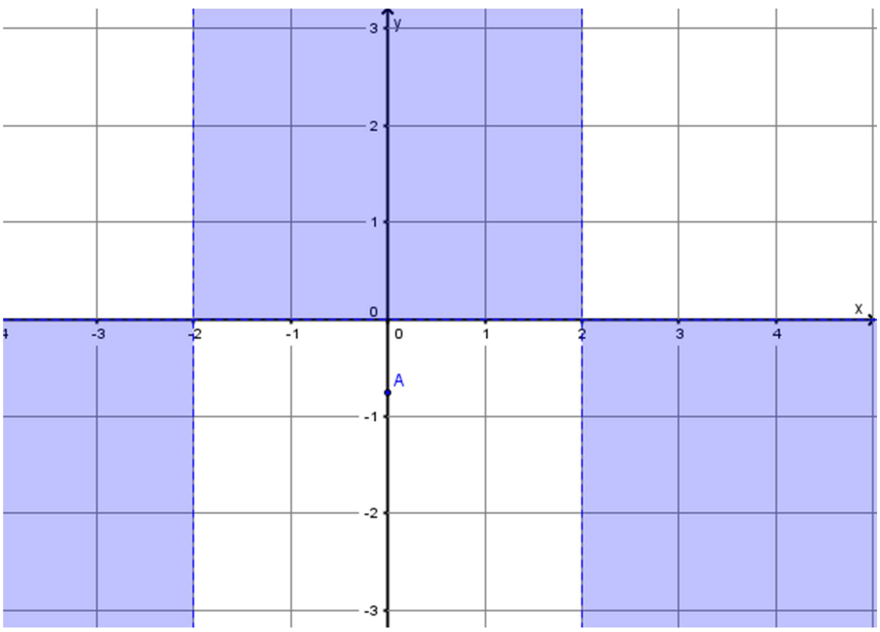
$$\begin{cases} y = 0 \\ y = \dfrac{2x^2+3}{x^2-4} \end{cases} \qquad \frac{2x^2+3}{x^2-4} = 0 \qquad 2x^2+3=0 \qquad \nexists x \in \mathbb{R}$$

Determino le intersezioni con l'asse y:

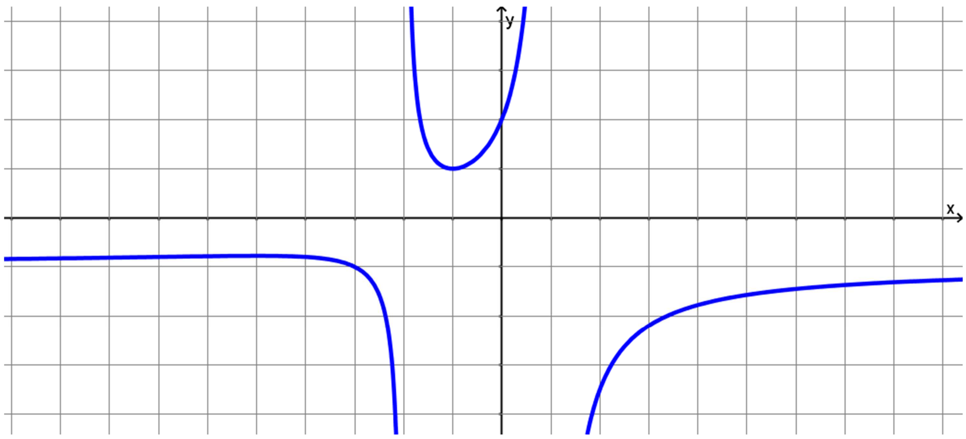
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{2x^2+3}{x^2-4} \end{cases} \qquad y = -\frac{3}{4} \qquad \boldsymbol{A\left(0; -\frac{3}{4}\right)}$$

D.

$$\frac{2x^2+3}{x^2-4} > 0 \qquad x^2-4>0 \qquad \boldsymbol{x < -2 \quad \vee \quad x > 2}$$



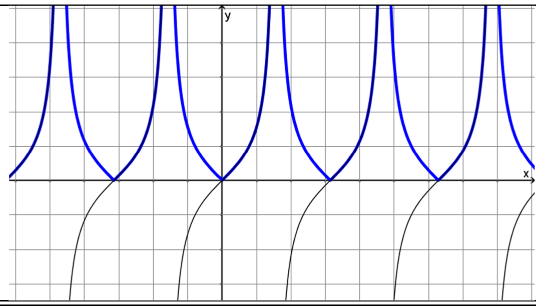
5. Disegna una funzione che abbia le seguenti caratteristiche:
   A. Dominio: $D =]-\infty; -2[\cup]-2; 1[\cup]1; +\infty[$
   B. $f(x) > 0$: $\quad -2 < x < 1$
   C. Funzione crescente: $-1 < x < 1 \quad \vee \quad x > 1$
   D. Passante per il punto $A\ (0; 2)$



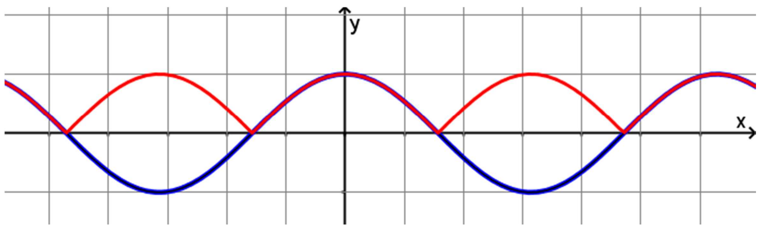
6. A partire dai grafici di funzioni note, traccia i grafici delle seguenti funzioni:

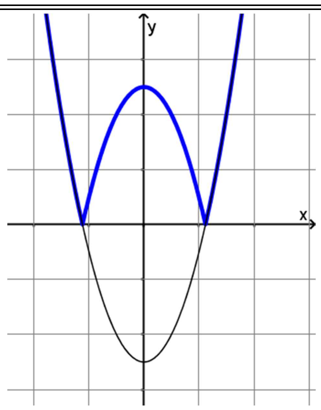
$y = |tg\ x|$ $\qquad y = \left|cos\ |x|\right|$ $\qquad y = |x^2 - 5|$ $\qquad y = \left|-x^2 + 3|x|\right|$

In nero la funzione $y = \mathrm{tg}\, x$
In blu la funzione $y = |\, \mathrm{tg}\, x\, |$

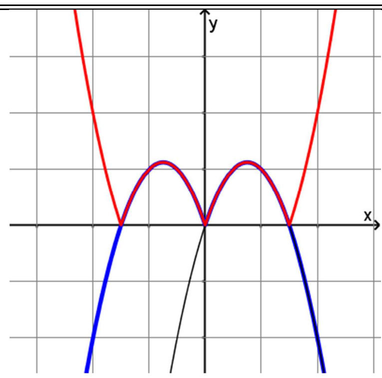


In nero la funzione $y = cos\ x$
In blu la funzione $y = cos\ |x|$
(le funzioni blu e nero coincidono,
perché la cosinusoide è una funzione pari)
In rosso la funzione $y = \left|cos\ |x|\right|$





In nero la funzione $y = x^2 - 5$
In blu la funzione $y = |x^2 - 5|$



In nero la funzione $y = -x^2 + 3x$
In blu la funzione $y = -x^2 + 3|x|$
In rosso la funzione $y = \left|-x^2 + 3|x|\right|$