

1. Un sistema di 1825 particelle, elettroni e protoni, ha una carica totale di $6,416 \cdot 10^{-17} \text{C}$. Quanti elettroni ci sono nel sistema? Qual è la massa del sistema?

Sia x il numero degli elettroni e y il numero dei protoni:

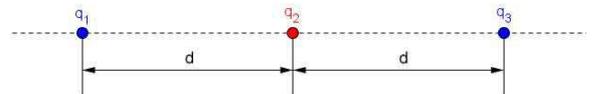
$$\begin{cases} x(-1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}) + y(1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}) = 6,416 \cdot 10^{-17} \text{C} \\ x + y = 1825 \end{cases} \quad \begin{cases} -x + y = 401 \\ x + y = 1825 \end{cases} \quad 2x = 1424$$

Gli elettroni sono **712**.

Determino la massa, moltiplicando il numero degli elettroni per la rispettiva massa e sommando il risultato allo stesso risultato per i protoni:

$$712 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg} + 1113 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27} \text{kg} = \mathbf{1,863 \cdot 10^{-24} \text{kg}}$$

2. Determina la direzione, il verso e il modulo della forza elettrostatica che agisce sulla carica puntiforme q_1 della figura 1. (tieni presente che $q_1 = -q$, $q_2 = +2,0 q$ e $q_3 = -3,0 q$)



Sulla carica q_1 , agisce una forza attrattiva verso q_2 (verso positivo dell'asse x) e repulsiva verso q_3 (verso negativo dell'asse x).

Carica totale:

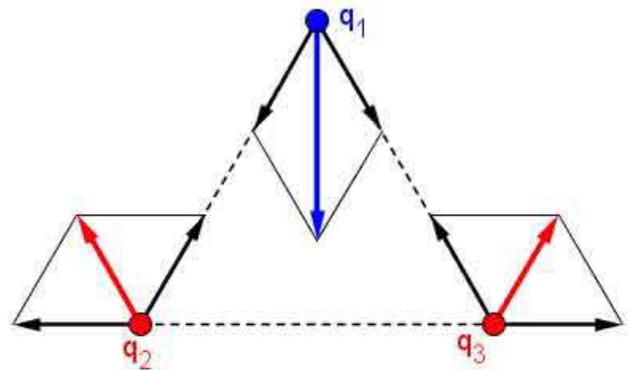
$$F = F_2 - F_3 = k \frac{q_1 q_2}{d^2} - k \frac{q_1 q_3}{(2d)^2} = k \frac{2,0 q^2}{d^2} - k \frac{3,0 q^2}{4 d^2} = k \frac{q^2}{d^2} \left(2 - \frac{3}{4} \right) = \mathbf{k \frac{5 q^2}{4 d^2}}$$

3. Tre cariche, $q_1 = -q$, $q_2 = +q$ e $q_3 = +q$, si trovano nei vertici di un triangolo equilatero, disposte, a partire da q_1 nel vertice più in alto in senso antiorario. Disponi le cariche in ordine crescente rispetto all'intensità della forza cui sono soggette, indicando anche gli eventuali casi di parità. Calcola gli angoli che definiscono le forze che agiscono sulle tre cariche.

Sulla carica negativa agiscono due forze attrattive, nella direzione della congiungente, ovvero lungo i lati obliqui del triangolo. La forza risultante, data dalla somma vettoriale dei due contributi, è indicata in blu. Per le altre due cariche le forze sono una repulsiva e una attrattiva, perciò la risultante è quella indicata in rosso.

I parallelogrammi che si sono venuti a formare per eseguire la somma vettoriale sono rombi costituiti da due triangoli equilateri, visto che le cariche hanno tutte lo stesso modulo in valore assoluto e la stessa distanza. Perciò la forza esercitata su q_1 ha modulo maggiore rispetto alle altre due forze, che sono uguali tra loro:

$$F_{q_2} = F_{q_3} < F_{q_1}$$



Trattandosi sempre di triangoli equilateri, ricaviamo i tre angoli:

$$\vartheta_1 = 270^\circ \quad \vartheta_2 = 120^\circ \quad \vartheta_3 = 60^\circ$$

Con gli angoli determinati in senso antiorario rispetto alla direzione positiva dell'asse x , che coincide con la retta congiungente q_2 e q_3 e diretto verso destra.

4. Una carica puntiforme positiva q è situata nell'origine. Dove deve essere posto un elettrone affinché la forza elettrica che agisce su di esso sia esattamente l'opposto del suo peso? E un protone?

L'elettrone è attirato dalla carica positiva: considerato che la forza peso agisce lungo la verticale (ovvero l'asse y), ma con verso negativo, la forza elettrica deve agire lungo l'asse y ma con verso positivo. Perciò, visto che la direzione della forza deve essere l'asse y , l'elettrone deve trovarsi sull'asse y e, in particolare, sotto la carica positiva.

Al contrario, nel caso del protone, essendo la forza repulsiva rispetto alla carica positiva, si deve trovare sopra la carica positiva, ma sempre sull'asse y .

5. Ordina le superfici gaussiane rappresentate nella figura 2 per valori crescenti del flusso del campo elettrico, partendo da quella con il flusso negativo. Indica i casi di uguaglianza, se ce ne sono.

Si tratta di un'applicazione del teorema di Gauss, che dice: $\Phi = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0}$

Nella superficie A, la carica totale è: $-q + 2q + q - 4q + 3q - q = 0$ perciò $\Phi_A = 0$

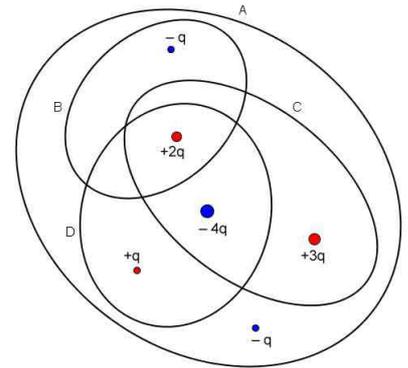
Nella superficie B, la carica totale è: $-q + 2q = q$ perciò $\Phi_B = \frac{q}{\epsilon_0}$

Nella superficie C, la carica totale è: $+2q - 4q + 3q = q$ perciò $\Phi_C = \frac{q}{\epsilon_0}$

Nella superficie D, la carica totale è: $+q - 4q + 2q = -q$ perciò $\Phi_D = -\frac{q}{\epsilon_0}$

Concludendo:

$$\Phi_D < \Phi_A < \Phi_C = \Phi_B$$



6. Un elettrone, inizialmente in quiete, viene lasciato libero di muoversi nello spazio vuoto in presenza di un campo elettrico non nullo. Muovendosi, l'elettrone è soggetto a un potenziale elettrico crescente o decrescente? Giustifica la risposta.

L'elettrone si muove in direzione opposta al campo elettrico. Poiché il campo elettrico punta nella direzione in cui il potenziale decresce, l'elettrone risente di un potenziale crescente.

7. La figura 3 descrive l'andamento del potenziale elettrico di un sistema in funzione della posizione lungo l'asse x. In quale delle quattro regioni (A, B, C, D) ti aspetti che E_x abbia il valore minimo? In quale delle quattro regioni ti aspetti che E_x abbia il massimo valore assoluto? Calcola il valore di E_x in ciascuna regione.

La relazione che lega potenziale, campo elettrico e spostamento è:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$$

Perciò il campo elettrico è uguale all'opposto della pendenza del grafico.

In altre parole, il campo elettrico ha valore minimo dove è negativo, ovvero dove il coefficiente angolare è positivo, ovvero nel tratto **B**.

Il campo elettrico ha valore massimo in valore assoluto dove il grafico ha la pendenza maggiore, ovvero nel tratto **D**.

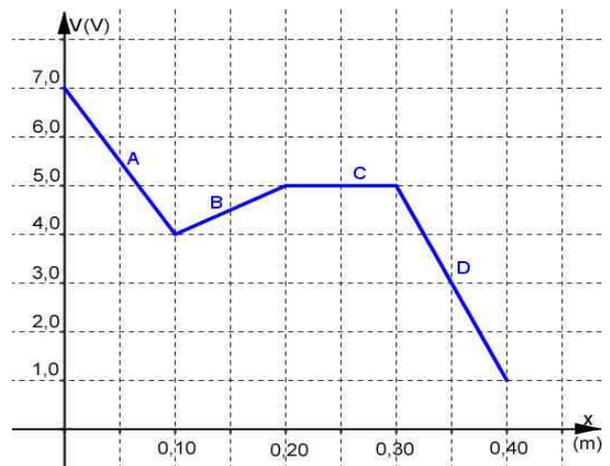
Per determinarne il valore, usiamo la relazione sopra indicata:

$$E_A = -\frac{\Delta V}{\Delta s} = -\frac{4,0 \text{ V} - 7,0 \text{ V}}{0,10 \text{ m}} = 30 \text{ V/m}$$

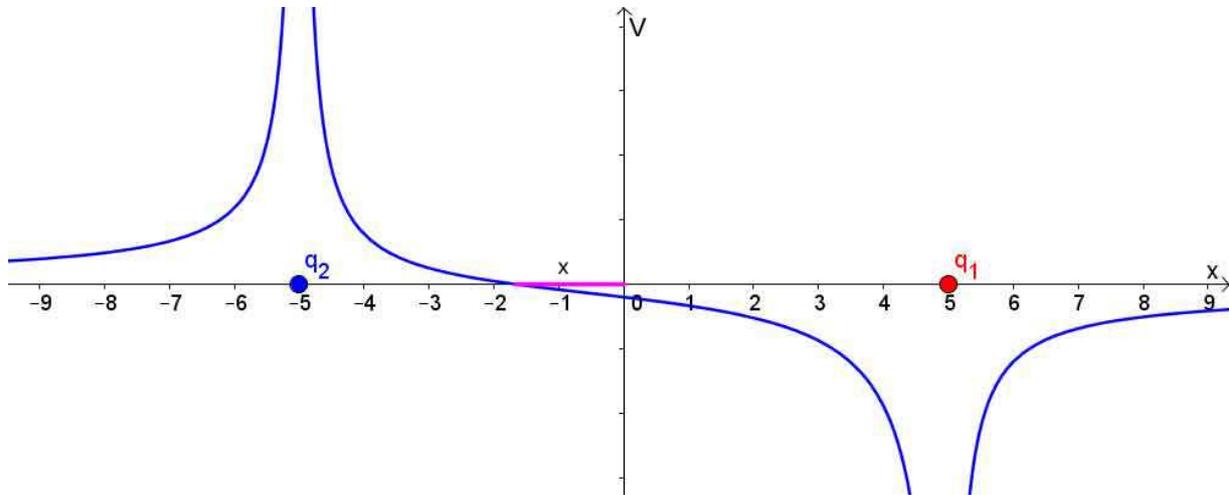
$$E_B = -\frac{\Delta V}{\Delta s} = -\frac{5,0 \text{ V} - 4,0 \text{ V}}{0,10 \text{ m}} = -10 \text{ V/m}$$

$$E_C = -\frac{\Delta V}{\Delta s} = 0 \text{ V/m}$$

$$E_D = -\frac{\Delta V}{\Delta s} = -\frac{1,0 \text{ V} - 5,0 \text{ V}}{0,10 \text{ m}} = 40 \text{ V/m}$$



8. Due cariche puntiformi di $-4,1 \mu\text{C}$ e $+2,2 \mu\text{C}$ sono poste sull'asse x rispettivamente a $(5,0 \text{ m}; 0)$ e $(-5,0 \text{ m}; 0)$. Fai uno schizzo del potenziale elettrico sull'asse x di questo sistema. Il tuo disegno dovrebbe mostrare un punto tra le due cariche, sull'asse x , in cui il potenziale si annulla. Questo punto è più vicino alla carica positiva o a quella negativa? Giustifica la risposta e poi determinalo.



Il punto in cui il potenziale si annulla è più vicino alla carica positiva, quella sulla parte negativa dell'asse x , visto che ha valore assoluto minore. Infatti:

$$V = k \frac{q_1}{r+x} + k \frac{q_2}{r-x} = 0$$

Essendo la carica negativa in valore assoluto maggiore di quella positiva, allora il suo denominatore dovrà essere maggiore del denominatore della seconda carica, ovvero:

$$r+x > r-x \quad x > 0$$

E visto che x è la distanza indicata in rosa sul grafico, il punto in cui il potenziale si annulla è sul semiasse negativo delle x . Determiniamolo:

$$\frac{q_1}{r+x} + \frac{q_2}{r-x} = 0 \quad q_1(r-x) + q_2(r+x) = 0$$

$$x = \frac{q_1 + q_2}{q_1 - q_2} r = \frac{-4,1 + 2,2}{-4,1 - 2,2} \cdot 5 \text{ m} = \mathbf{1,5 \text{ m}}$$

In altre parole, il punto ha coordinate $(-1,5 \text{ m}; 0)$.

9. Un condensatore a facce piane parallele è formato da due lastre circolari di raggio $0,065 \text{ m}$. Le lastre sono a una distanza di $0,35 \text{ mm}$ una dall'altra e lo spazio tra esse è riempito con un dielettrico di costante dielettrica ϵ_r . Quando la carica nel condensatore è di $1,2 \mu\text{C}$, la differenza di potenziale tra le armature è di 650 V . Calcola il valore della costante dielettrica ϵ_r .

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r \frac{\pi r^2}{d}} \Rightarrow \epsilon_r = \frac{Qd}{V \epsilon_0 \pi r^2} = \mathbf{5,5}$$