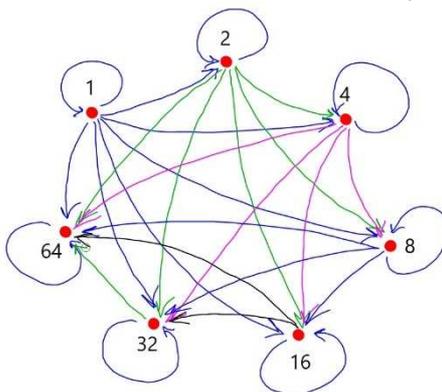


1. Stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false:

	V	F
Una relazione non può essere sia riflessiva sia antiriflessiva	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La relazione di incidenza tra le rette di un piano è transitiva	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Una relazione che non gode della proprietà simmetrica è antisimmetrica	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
La relazione definita nell'insieme dei numeri naturali da $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x + y$ è dispari è antiriflessiva	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f: A \rightarrow B$ è una funzione se, a ogni $x \in A$, associa almeno un $y \in B$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Se una funzione è costante, tutti gli elementi del dominio hanno la stessa immagine	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ogni elemento del dominio di una funzione ha una sola immagine	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se una funzione $f: A \rightarrow B$ è invertibile allora il suo codominio è B	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se una funzione è invertibile, ogni elemento del suo codominio ha una sola controimmagine	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La corrispondenza che associa a ogni circonferenza il suo centro è una corrispondenza biunivoca	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(x)$ indica l'immagine dell'elemento x	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
L'immagine di un elemento del dominio di una funzione appartiene al suo codominio	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se una funzione è suriettiva allora è anche iniettiva	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Se una funzione è costante è anche biunivoca	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Se esiste una funzione biunivoca tra due insiemi finiti A e B, allora A e B hanno lo stesso numero di elementi	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I punti che appartengono all'asse x hanno ordinata nulla	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Considera, nell'insieme A dei divisori di 64, la relazione $x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x$ è divisore di y . Dopo averla rappresentata con un grafo, stabilisci di che tipo di relazione si tratta.

$$A = \{1; 2; 4; 8; 16; 32; 64\}$$



È una relazione riflessiva
È una relazione antisimmetrica
È una relazione transitiva

Si tratta di una **relazione di ordine largo totale**

3. Siano dati l'insieme $A = \{a; e; i; o; u\}$ e la relazione \mathcal{R} definita in A. Sapendo che la relazione è riflessiva e simmetrica e che $a\mathcal{R}e, a\mathcal{R}o, a\mathcal{R}i, i\mathcal{R}o$, determina quali condizioni occorre aggiungere per poter affermare, sotto queste ipotesi, che \mathcal{R} è una relazione di equivalenza.

eRo (oppure oRe) e eRi (oppure iRe)

4. Data la funzione $f: x \rightarrow x + 3$ con $x \in \mathbb{N}$:

determina la controimmagine di 5: $f(x) = 5 \Rightarrow x + 3 = 5 \Rightarrow x = 2$

determina l'immagine di 11: $f(11) = 11 + 3 = 14$

stabilisci se 1 appartiene al codominio di f :

$$f(x) = 1 \Rightarrow x + 3 = 1 \Rightarrow x = -2 \notin \mathbb{N} \text{ perciò non appartiene al dominio}$$

5. È data una funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $f(x) = x + 3$. Qual è il codominio della funzione?

$$C = \{y \in \mathbb{N} \mid y \geq 3\}$$

6. Considera le seguenti funzioni da A a B e stabilisci se sono iniettive o suriettive:

A	B		Iniettiva?	Suriettiva?
{1, 2, 3, 4}	{-1, 0, 1, 2}	$f(1) = 2; f(2) = 0; f(3) = 2; f(4) = -1$	NO	NO
{-1, 0, 1}	{0, 1, 2}	$f(-1) = 2; f(0) = 1; f(1) = 0$	Si	Si
{a, b, c, d}	{a, b, c}	$f(a) = c; f(b) = a; f(c) = b; f(d) = c$	NO	Si
{-2, -1, 0, 1}	{-1, 0, 1, 2, 3}	$f(-2) = 0; f(-1) = 1; f(0) = 2; f(1) = 3$	Si	NO

7. Considera l'insieme $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e la funzione $f: A \rightarrow A$ così definita:

$$f(0) = 2, \quad f(1) = 3, \quad f(2) = 1, \quad f(3) = 0$$

$$(f \circ f)(0) = f(f(0)) = f(2) = 1 \quad (f \circ f)(2) = f(f(2)) = f(1) = 3$$

8. Date le funzioni $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = x - 1$, determina:

$$(f \circ g)(x) = f(x - 1) = (x - 1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2 \quad (g \circ f)(x) = g(x^2 + 1) = x^2 + 1 - 1 = x^2$$

9. Trova $f(f(f(\dots f(x) \dots)))$, dove l'espressione contiene 97 funzioni da \mathbb{N} a \mathbb{N} , sapendo che:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x = 2n + 1 \text{ con } n \in \mathbb{N} \\ 1 & \text{se } x = 2n \text{ con } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Nel caso in cui x sia un numero pari, applicando due volte la funzione, otteniamo: $f(f(x)) = f(1) = 0$, quindi applicando la funzione 97 volte (ovvero un numero dispari di volte), otteniamo: $f(f(f(\dots f(\text{pari}) \dots))) = f(0) = 1$.

Nel caso in cui x sia un numero dispari, applicando due volte la funzione, otteniamo: $f(f(x)) = f(0) = 1$, quindi applicando la funzione 97 volte (ovvero un numero dispari di volte), otteniamo: $f(f(f(\dots f(\text{dispari}) \dots))) = f(1) = 0$.

10. Osserva il grafico della funzione definita a tratti e deduci i dati richiesti:

Dominio: $[-12; -6[\cup]-6; +\infty[$

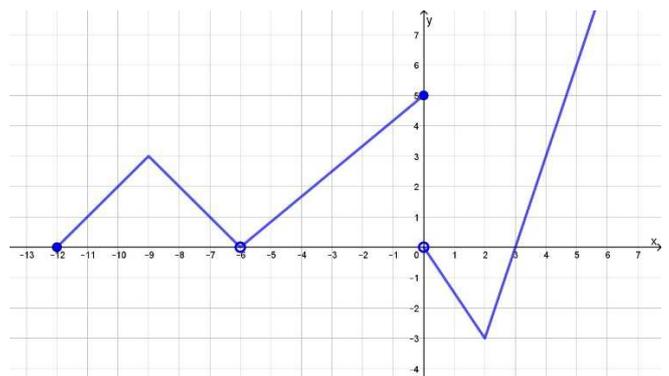
Codominio: $[-3; +\infty[$

$f(x) > 0$: $] -12; -6[\cup] -6; 0[\cup] 3; +\infty[$

$f(3) = 0$ $f(-6) = -6 \notin D$

$f(-9) = 3$ $f(0) = 5$

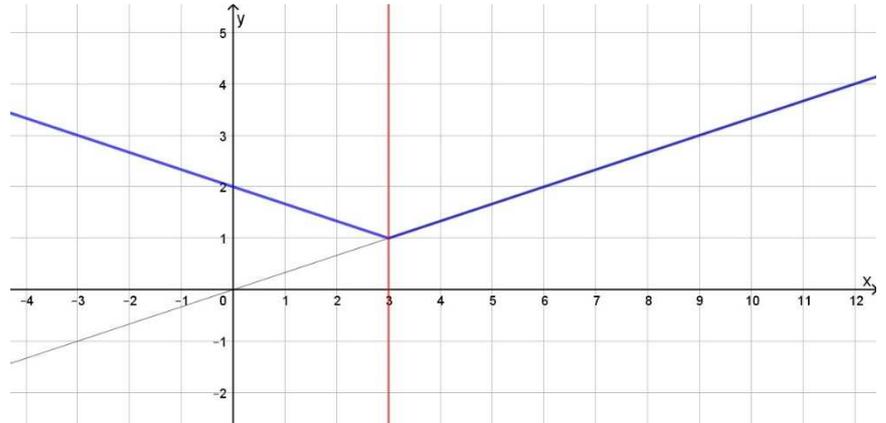
$f(x) = 1$: $x = \frac{10}{3}$; $x = -\frac{24}{5}$; $x = -7$; $x = -11$



11. Rappresenta la funzione: $y = \left| \frac{1}{3}x - 1 \right| + 1$.

$$y = \begin{cases} \frac{1}{3}x & x \geq 3 \\ 2 - \frac{1}{3}x & x < 3 \end{cases}$$

Posso rappresentare la funzione $y = \frac{1}{3}x$ per $x \geq 3$ e, visto che l'espressione in valore assoluto cambia segno in $x = 3$, posso fare la simmetrica di questa semiretta rispetto alla retta $x = 3$.



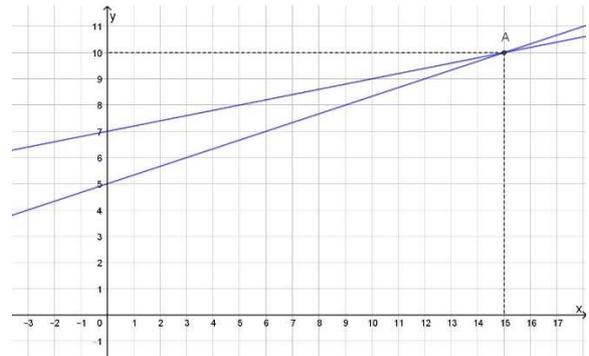
12. Dopo averlo tradotto in equazioni, risolvi graficamente il seguente problema:

Determina due numeri x e y , con $x > y$, sapendo che la differenza tra il quintuplo del minore e il maggiore dà 35 e che la differenza tra il triplo del minore e il maggiore dà 15.

$$\begin{cases} 5y - x = 35 \\ 3y - x = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \frac{1}{5}x + 7 \\ y = \frac{1}{3}x + 5 \end{cases}$$

Dal grafico posso dedurre il valore dei numeri richiesti:

$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \end{cases}$$

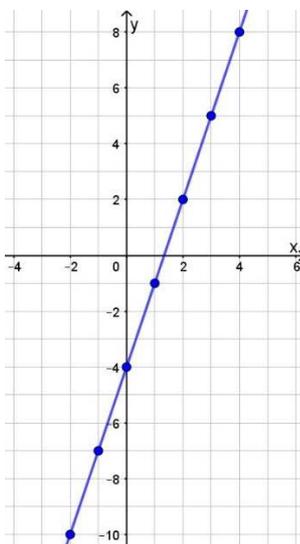
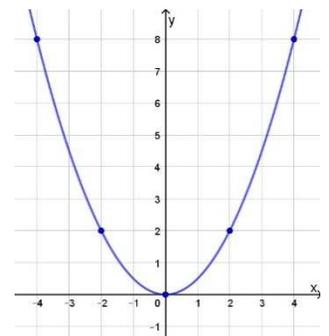


13. Completa:

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	18	8	2	0	2	8	18

Posso notare che si mantiene costante il rapporto $\frac{y}{x^2} = \frac{1}{2}$, quindi si tratta di una proporzionalità quadratica diretta, ovvero: $y = \frac{1}{2}x^2$.

Il suo grafico è quello di una parabola.



x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-10	-7	-4	-1	2	5	8

Dal grafico posso notare che si tratta di una funzione lineare. L'ordinata all'origine è -4 , ovvero nell'equazione generica $y = ax + b$, $b = -4$. Posso ricavare il coefficiente angolare a , sostituendo due coordinate qualsiasi:

$$a = \frac{y - b}{x} = \frac{-1 + 4}{1} = 3$$

e l'equazione è: $y = 3x - 4$.