1. Durante una corsa sui 800 m, un atleta percorre 600 m alla velocità di 9,00 m/s e i rimanenti 200 m alla velocità di 9,40 m/s. Calcola la velocità media dell'atleta.

$$\Delta s = 800\,m \qquad \Delta s_1 = 600\,m \qquad v_1 = 9{,}00\,m/s \qquad \Delta s_2 = 200\,m \qquad v_2 = 9{,}40\,m/s \qquad v_m?$$

Per definizione, la velocità è data da: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Posso, quindi, calcolare il tempo impiegato per compiere ogni tratto: $\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$. Sapendo che la velocità media è data dal rapporto tra lo spazio totale percorso e il tempo totale impiegato, ottengo:

$$v_m = \frac{\Delta s_T}{\Delta t_T} = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta s}{\frac{\Delta s_1}{v_1} + \frac{\Delta s_2}{v_2}} = \mathbf{9{,}10\,m/s}$$

2. Due motociclisti percorrono la stessa distanza: il secondo motociclista, più veloce, impiega un tempo inferiore del 20% al tempo del primo. Calcola il rapporto percentuale tra la velocità media del secondo motociclista e quella del primo.

$$\Delta s_1 = \Delta s_2 = \Delta s \qquad \Delta t_2 = \frac{80}{100}\Delta t_1 \qquad \left(\frac{v_2}{v_1}\right)_{\%}?$$

Per definizione, la velocità è data da: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Perciò, possiamo determinare il rapporto richiesto:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{\Delta s_2}{\Delta t_2}}{\frac{\Delta s_1}{\Delta t_1}} = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} \cdot \frac{\Delta t_1}{\Delta s_1} = \frac{\Delta s}{\frac{80}{100}\Delta t_1} \cdot \frac{\Delta t_1}{\Delta s} = \frac{100}{80} = 1{,}25 = \mathbf{125\%}$$

3. Un carrellino parte dal binario nella posizione A, che si trova a 20 m dall'origine, e si muove a una velocità di 4 m/s verso l'origine. Un altro carrellino parte dal binario nella posizione B, che si trova a 5 m dall'origine e si muove verso A a una velocità di 2,4 m/s. Scrivi le leggi orarie dei due moti.

$$s_{o_A} = 20\,m \qquad v_A = -4{,}0\,m/s \qquad s_{o_B} = 5\,m \qquad v_B = 2{,}4\,m/s$$

La generica legge oraria del moto rettilineo uniforme è data da: $s = s_o + v(t - t_o)$. I due carrellini partono nello stesso istante, che corrisponde al tempo iniziale di 0 s. L'equazione diventa:

$$A: \mathbf{s = 20 - 4{,}0\,t} \qquad B: \mathbf{s = 5 + 2{,}4\,t}$$

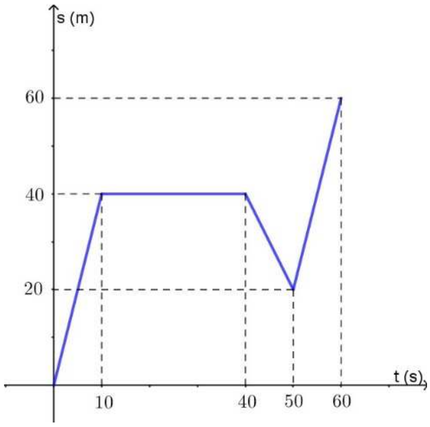
4. Un carrello si muove lungo un binario. Percorre 40 m in 10 s e poi resta fermo per 30 s. Torna indietro di 20 m in 10 s e poi si muove di nuovo in avanti di 40 m in 10 s.
   A. Rappresenta la situazione in un grafico spazio-tempo.
   B. Scrivi la legge oraria del moto, usando una funzione a tratti.
   C. Determina la velocità media sull'intero percorso.

$$\Delta s_1 = 40\,m \qquad \Delta t_1 = 10\,s \qquad v_2 = 0\,m/s \qquad \Delta t_2 = 30\,s \qquad \Delta s_3 = -20\,m \qquad \Delta t_3 = 10\,s \qquad \Delta s_4 = 40\,m \qquad \Delta t_4 = 10\,s$$

Determino le velocità dei singoli tratti, per poter scrivere la legge oraria del moto:

$$v_1 = \frac{40\,m - 0\,m}{10\,s - 0\,s} = 4\,m/s \qquad v_2 = 0\,m/s$$

$$v_3 = \frac{20\,m - 40\,m}{50\,s - 40\,s} = -2\,m/s \qquad v_4 = \frac{60\,m - 20\,m}{60\,s - 50\,s} = 4\,m/s$$



Dato che si tratta di moto rettilineo uniforme e che la legge oraria del moto rettilineo uniforme è $s = s_o + v\,(t - t_o)$ posso scrivere la legge completa:

$$s = \begin{cases} 4\,t & 0s \le t < 10\,s \\ 40 & 10\,s \le t < 40\,s \\ 40 - 2\,(t - 40) & 40\,s \le t < 50\,s \\ 20 + 4\,(t - 50) & 50\,s \le t \le 60\,s \end{cases}$$

La velocità media sull'intero percorso è data da: $v_m = \frac{60\,m - 0\,m}{60\,s - 0\,s} = \mathbf{1\,m/s}$.

5. Un carrello, che si trova nella posizione iniziale di 4 m dall'origine, si muove, a partire dall'istante t = 0 s, con una velocità di 4 m/s per 2 s. Poi diminuisce la sua velocità fino a 2 m/s e la mantiene per altri 3 s. Infine riduce la sua velocità fino a – 1 m/s e la mantiene per altri 3 s.
   A. Rappresenta la situazione in un grafico spazio-tempo.
   B. Qual è la sua posizione finale?
   C. Determina la velocità media sull'intero percorso.

$s_o = 4\,m \quad t_o = 0\,s \quad v_1 = 4\,m/s \quad \Delta t_1 = 2s \quad v_2 = 2\,m/s \quad \Delta t_2 = 3\,s \quad v_3 = -1\,m/s \quad \Delta t_3 = 3\,s \quad s_f? \ v_m?$

La legge oraria del primo tratto, considerati i dati forniti è:

$$s = 4 + 4\,t$$

La posizione finale del primo tratto è:

$$s(2\,s) = 4\,m + 4\,m/s \cdot 2\,s = 12\,m$$

Procedo allo stesso modo per gli altri tratti:

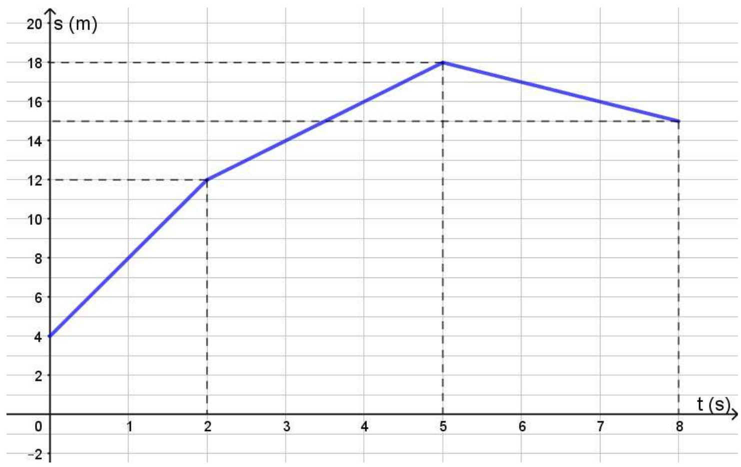
$$s = 12 + 2\,(t-2) \qquad s(5\,s) = 18\,m$$

$$s = 18 - (t-5) \qquad s(8\,s) = 15\,m$$

La posizione finale è $\mathbf{15\ m}$.

Determino la velocità media:

$$v_m = \frac{15\,m - 4\,m}{8\,s - 0\,s} = \mathbf{1{,}4\ m/s}$$



6. Uscendo da casa per raggiungere la scuola, un ragazzo deve percorrere un primo tratto in salita e un secondo tratto pianeggiante. Mantenendo la velocità costante di 1,5 m/s in salita, 2,5 m/s in discesa e 2,0 m/s nel tratto pianeggiante, impiega 7,0 minuti all'andata e 5,0 minuti al ritorno. Determina la distanza tra casa e scuola.

$v_s = 1{,}5\,m/s \quad v_d = 2{,}5\,m/s \quad v_p = 2{,}0\,m/s \quad \Delta t_a = 7{,}0\,min = 420\,s \quad \Delta t_r = 5{,}0\,min = 300\,s \quad \Delta s?$

Dalla definizione di velocità: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$.

Indico con Δs_s il tratto di salita, che è uguale al tratto di discesa, e con Δs_p il tratto pianeggiante. Il tempo di andata è dato da: $\Delta t_a = \Delta t_s + \Delta t_p$ ovvero la somma tra il tempo necessario per percorrere la salita e il tempo necessario per percorrere il tratto pianeggiante. Il tempo di ritorno è dato da: $\Delta t_r = \Delta t_p + \Delta t_d$, la somma tra il tempo necessario per percorrere il tratto pianeggiante (uguale a quello all'andata) e il tempo necessario per percorrere la discesa. Sapendo che $\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$, ho tutte le informazioni per risolvere il sistema:

$$\begin{cases} \Delta t_a = \Delta t_s + \Delta t_p \\ \Delta t_r = \Delta t_p + \Delta t_d \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta t_p = \Delta t_a - \Delta t_s \\ \Delta t_r = \Delta t_a - \Delta t_s + \Delta t_d \end{cases}$$

Proseguo risolvendo la seconda equazione del sistema:

$$\Delta t_r = \Delta t_a - \frac{\Delta s_s}{v_s} + \frac{\Delta s_s}{v_d}$$

In questa equazione c'è un'unica incognita, ovvero la lunghezza del tratto di salita:

$$\Delta s_s \left(\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_d}\right) = \Delta t_a - \Delta t_r \quad \Rightarrow \quad \Delta s_s = \frac{\Delta t_a - \Delta t_r}{\frac{1}{v_s} - \frac{1}{v_d}} = 450\,m$$

A questo punto posso ricavare, dalla prima equazione del sistema – ad esempio – la lunghezza del tratto pianeggiante:

$$\Delta t_p = \Delta t_a - \Delta t_s \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta s_p}{v_p} = \Delta t_a - \frac{\Delta s_s}{v_s} \quad \Rightarrow \quad \Delta s_p = v_p\left(\Delta t_a - \frac{\Delta s_s}{v_s}\right) = 240\,m$$

La distanza tra casa e scuola è data dalla somma delle due distanze, ovvero: $\mathbf{690\ m}$.