1. Un carrello percorre 12 m a 6,0 m/s e poi 12 m a 4,0 m/s. Calcola la velocità media sul percorso.

$$\Delta s_1 = 12\,m \qquad v_1 = 6{,}0\,m/s \qquad \Delta s_2 = 12\,m \qquad v_2 = 4{,}0\,m/s \qquad v_m?$$

Per definizione, la velocità è data da: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Posso, quindi, calcolare il tempo impiegato per compiere ogni tratto: $\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$. Sapendo che la velocità media è data dal rapporto tra lo spazio totale percorso e il tempo totale impiegato, ottengo:

$$v_m = \frac{\Delta s_T}{\Delta t_T} = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta s_1 + \Delta s_2}{\frac{\Delta s_1}{v_1} + \frac{\Delta s_2}{v_2}} = \mathbf{4,8\,m/s}$$

2. Due motociclisti percorrono la stessa distanza: il secondo motociclista si muove con una velocità inferiore del 35% alla velocità del primo. Calcola il rapporto percentuale tra il tempo del secondo motociclista e quello del primo.

$$\Delta s_1 = \Delta s_2 = \Delta s \qquad v_2 = \frac{65}{100} v_1 \qquad \left(\frac{t_2}{t_1}\right)_{\%}?$$

Per definizione, la velocità è data da: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Perciò, possiamo determinare il rapporto richiesto:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{\Delta s_2}{v_2}}{\frac{\Delta s_1}{v_1}} = \frac{\Delta s_2}{v_2} \cdot \frac{v_1}{\Delta s_1} = \frac{\Delta s}{\frac{65}{100} v_1} \cdot \frac{v_1}{\Delta s} = \frac{100}{65} = 1{,}54 = \mathbf{154\%}$$

3. L'equazione del moto di un carrello che si muove lungo una rotaia orizzontale è: $s = 2{,}5\,t + 7$, con unità di misura del SI. Qual è la velocità del carrello? Quanto tempo impiega il carrello a percorrere $5\,m$? Qual è la posizione del carrello all'istante $4\,s$?

$$s = 2{,}5\,t + 7 \qquad v? \qquad \Delta s = 5\,m \qquad \Delta t? \qquad t_1 = 4\,s \qquad s_1?$$

La generica legge oraria del moto rettilineo uniforme è data da: $s = s_o + v(t - t_o)$. Perciò possiamo ricavare $v = \mathbf{2,5\,m/s}$.

Per definizione, la velocità è data da: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Posso, quindi, calcolare il tempo impiegato per compiere ogni tratto: $\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \mathbf{2,0\,s}$.

Per determinare, invece, la posizione del carrello all'istante dato, basta sostituire il tempo nella legge oraria:

$$s_1 = 2{,}5\frac{m}{s} \cdot 4\,s + 7\,m = \mathbf{17\,m}$$

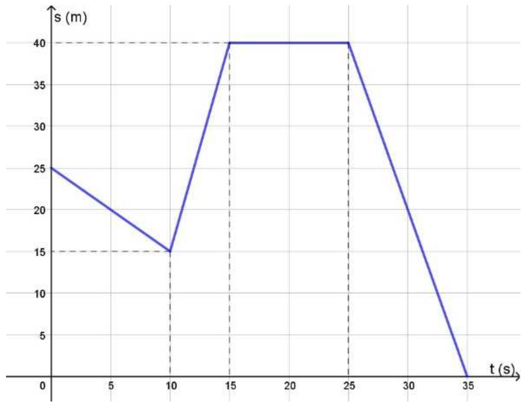
4. Un carrello è fermo su un binario a 25 m dal punto di inizio. Quando comincia a muoversi, percorre 10 m verso l'origine in 10 s, poi viene spostato in avanti di 25 m in 5 s. Infine, resta fermo per 10 s prima di tornare all'origine in 10 s.
   A. Rappresenta la situazione in un grafico spazio-tempo.
   B. Scrivi la legge oraria del moto, usando una funzione a tratti.
   C. Determina la velocità media sull'intero percorso.

$$s_o = 25\,m \quad \Delta s_1 = -10\,m \quad \Delta t_1 = 10\,s \quad \Delta s_2 = 25\,m \quad \Delta t_2 = 5\,s \quad v_3 = 0\,m/s \quad \Delta t_3 = 10\,s \quad s_f = 0\,m \quad \Delta t_4 = 10\,s$$

Determino le velocità dei singoli tratti, per poter scrivere la legge oraria del moto:

$$v_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} = -1\,m/s \qquad v_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} = 5\,m/s$$

$$v_3 = 0\,m/s \qquad v_4 = \frac{0\,m - 40\,m}{35\,s - 25\,s} = -4\,m/s$$



Dato che si tratta di moto rettilineo uniforme e che la legge oraria del moto rettilineo uniforme è $s = s_o + v\,(t - t_o)$ posso scrivere la legge completa:

$$s = \begin{cases} 25 - t & 0\,s \le t < 10\,s \\ 15 + 5\,(t - 10) & 10\,s \le t < 15\,s \\ 40 & 15\,s \le t < 25\,s \\ 40 - 4\,(t - 25) & 25\,s \le t \le 35\,s \end{cases}$$

La velocità media sull'intero percorso è data da: $v_m = \frac{0\,m - 25\,m}{35\,s - 0\,s} = \mathbf{-0,71\,m/s}$.

5. Un carrello, che si trova nella posizione iniziale di 6 m dall'origine, si muove, a partire dall'istante t = 0 s, con una velocità di – 1 m/s per 3 s. Poi aumenta la sua velocità fino a 3 m/s e la mantiene per altri 4 s. Infine riduce la sua velocità fino a – 2 m/s e la mantiene per altri 3 s.
   A. Rappresenta la situazione in un grafico spazio-tempo.
   B. Qual è la sua posizione finale?
   C. Determina la velocità media sull'intero percorso.

$s_o = 6\,m \quad t_o = 0\,s \quad v_1 = -1\,m/s \quad \Delta t_1 = 3\,s \quad v_2 = 3\,m/s \quad \Delta t_2 = 4\,s \quad v_3 = -2\,m/s \quad \Delta t_3 = 3\,s \quad s_f? \; v_m?$

La legge oraria del primo tratto, considerati i dati forniti è:

$$s = 6 - t$$

La posizione finale del primo tratto è:

$$s(3\,s) = 6\,m - 1\,m/s \cdot 3\,s = 3\,m$$

Procedo allo stesso modo per gli altri tratti:

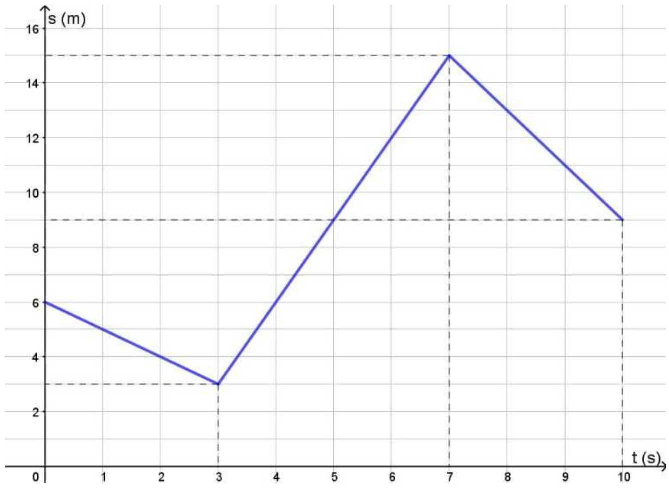
$$s = 3 + 3\,(t-3) \qquad s(7\,s) = 15\,m$$

$$s = 15 - 2(t-7) \qquad s(10\,s) = 9\,m$$

La posizione finale è $\mathbf{9\,m}$.

Determino la velocità media:

$$v_m = \frac{9\,m - 6\,m}{10\,s - 0\,s} = \mathbf{0,3\,m/s}$$



6. Uscendo da casa per raggiungere la scuola, un ragazzo deve percorrere un primo tratto in salita e un secondo in discesa, che hanno la stessa lunghezza ma una diversa ripidità. Mantenendo la velocità costante di 1,0 m/s in salita e 2,5 m/s in discesa, all'andata impiega 7,0 minuti. Al ritorno impiega 5,0 minuti, con una velocità in discesa che è doppia di quella in salita. Determina la distanza tra casa e scuola e la velocità in discesa e in salita al ritorno.

$$v_{sA} = 1{,}0\,m/s \quad v_{dA} = 2{,}5\,m/s \quad \Delta s_s = \Delta s_d \quad \Delta t_A = 7{,}0\,min = 420\,s \quad \Delta t_R = 5{,}0\,min = 300\,s \quad v_{dR} = 2\,v_{sR}$$

$$\Delta s? \qquad v_{dR}? \qquad v_{sR}?$$

Dalla definizione di velocità: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$.

Indico con Δs il tratto di salita, che è uguale al tratto di discesa, mentre il tempo di andata è dato da: $\Delta t_A = \Delta t_{sA} + \Delta t_{dA}$ ovvero la somma tra il tempo necessario per percorrere la salita e il tempo necessario per percorrere il tratto in discesa all'andata. Il tempo di ritorno è dato da: $\Delta t_R = \Delta t_{sR} + \Delta t_{dR}$, la somma tra il tempo necessario per percorrere il tratto in salita e il tempo necessario per percorrere la discesa al ritorno. Sapendo che $\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$, dal tempo di andata posso ricavare la distanza percorsa:

$$\Delta t_A = \Delta t_{sA} + \Delta t_{dA} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_A = \frac{\Delta s}{v_{sA}} + \frac{\Delta s}{v_{dA}} \quad \Rightarrow \quad \Delta s = \frac{\Delta t_A}{\frac{1}{v_{sA}} + \frac{1}{v_{dA}}} = 300\,m$$

Perciò la distanza tra casa e scuola è data da **600 m**. Ora possiamo costruire il sistema con le altre due informazioni:

$$\begin{cases} v_{dR} = 2\,v_{sR} \\ \Delta t_R = \Delta t_{sR} + \Delta t_{dR} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{dR} = 2\,v_{sR} \\ \Delta t_R = \frac{\Delta s}{v_{sR}} + \frac{\Delta s}{v_{dR}} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{dR} = 2\,v_{sR} \\ \Delta t_R = \frac{\Delta s}{v_{sR}} + \frac{\Delta s}{2v_{sR}} \end{cases}$$

Procediamo con la seconda equazione:

$$\Delta t_R = \frac{3\Delta s}{2v_{sR}} \quad \Rightarrow \quad v_{sR} = \frac{3\Delta s}{2\Delta t_R} = \mathbf{1,5\,m/s} \qquad v_{dR} = \mathbf{3,0\,m/s}$$