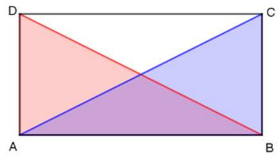
1. Dimostra che un rettangolo ha le diagonali congruenti.



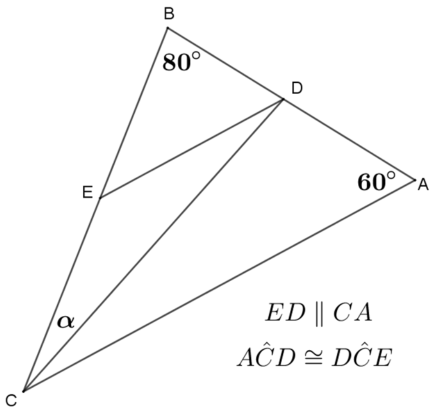
Hp: ABCD è un rettangolo Tesi: $AC \cong BD$

Dimostrazione:
Considero i triangoli ABD e ABC. Essi hanno:

$\left.\begin{array}{ll} AB & \text{in comune} \\ D\hat{A}B \cong A\hat{B}C & \text{perché angoli di un rettangolo} \\ DA \cong CB & \text{perché lati opposti di un rettangolo} \end{array}\right\}$ i due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza

$\Rightarrow$ $AC \cong BD$ perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti

2. Determina l'angolo α indicato, spiegando il procedimento.

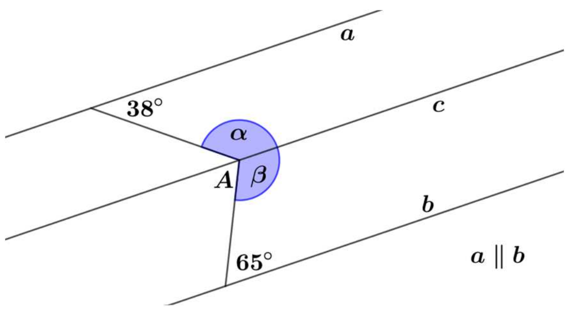


Considero il triangolo ABC e, dato che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°: $B\hat{C}A \cong 180° - 80° - 60° = 40°$.

Dato che $A\hat{C}D \cong D\hat{C}E$ e che la loro somma è 40°, i due angoli sono 20°, perciò:

$$\boldsymbol{\alpha \cong 20°}$$

3. Determina l'angolo indicato, spiegando il procedimento.



Traccio la retta c, parallela alle due rette date a e b, passante per A, vertice dell'angolo da determinare.

$$\alpha + 38° \cong 180° \quad \Rightarrow \quad \alpha \cong 142°$$

I due angoli sono supplementari, in quanto angoli coniugati interni formati dalle parallele a e c con la trasversale passante per A.

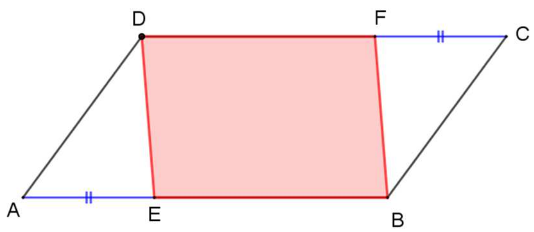
$$\beta + 65° \cong 180° \quad \Rightarrow \quad \beta \cong 115°$$

I due angoli sono supplementari, in quanto angoli coniugati interni formati dalle parallele b e c con la trasversale passante per A.

L'angolo da determinare è dato dalla somma degli angoli α e β, perciò:

$$\alpha + \beta \cong \mathbf{257°}$$

4. Dato il parallelogramma ABCD, prendi sui lati opposti AB e CD due segmenti congruenti AE e CF. Dimostra che il quadrilatero DEBF è un parallelogramma.



Ipotesi:
$ABCD$ parallelogramma
$E \in AB$, $F \in DC$
$AE \cong CF$

Tesi:
$EBFD$ parallelogramma

Dimostrazione:

$DF \cong DC - FC$ e $BE \cong AB - AE$. Dato che $DC \cong AB$ in quanto lati opposti del parallelogramma ABCD e $AE \cong CF$, per ipotesi, ne deduco che $DF \cong BE$ perché differenze di segmenti congruenti.
Inoltre, $BE \parallel DF$, visto che giacciono sui lati opposti di un parallelogramma.
Il quadrilatero EBFD ha una coppia di lati opposti, EB e DF, paralleli e congruenti, perciò EBFD è un parallelogramma.

c.v.d.