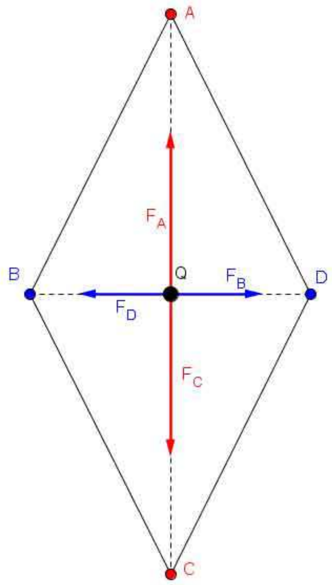
1. Due cariche esercitano una forza F l'una sull'altra. Qual è il valore della forza nel caso si triplichi la loro distanza? E nel caso si dimezzi?

Considerata la legge di Coulomb, ovvero: $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$, possiamo notare che tra la forza e la distanza c'è un legame di inversa proporzionalità al quadrato, perciò:

$$Se\ \ r_1 = 3r \qquad \Rightarrow \qquad F_1 = \boldsymbol{\frac{1}{9}F}$$

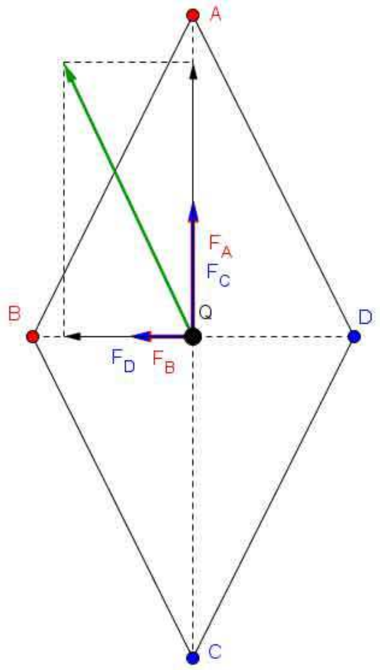
$$Se\ \ r_2 = \frac{1}{2}r \qquad \Rightarrow \qquad F_2 = \boldsymbol{4F}$$

2. Quattro cariche $q_A = -q$, $q_B = +q$, $q_C = -q$ e $q_D = +q$ sono disposte rispettivamente ai vertici di un rombo ABCD. La diagonale maggiore AC è il doppio della diagonale minore BD. Determina a quale forza è sottoposta una carica Q posta nel centro del rombo. Se scambi due cariche tra di loro adiacenti, a quale forza è sottoposta la carica Q posta nel centro del rombo?



Consideriamo il caso in cui la carica nel centro del rombo, Q, sia positiva.
La forza che agisce su di essa per effetto della carica presente in A (negativa) è attrattiva, allo stesso modo della forza agente per effetto della carica in C. In tal caso, le due forze sono uguali, in quanto le cariche presenti in A e C hanno lo stesso modulo e la distanza di Q da esse è la stessa (metà della diagonale maggiore), e opposte, perciò si annullano.
La forza che agisce su di essa per effetto della carica presente in B (positiva) è repulsiva, allo stesso modo della forza agente per effetto della carica in D. Anche in tal caso, le due forze sono uguali, in quanto le cariche presenti in B e D hanno lo stesso modulo e la distanza di Q da esse è la stessa (metà della diagonale minore), e opposte, perciò si annullano.
In altre parole, la forza agente su Q è **nulla**.

Se la carica Q fosse negativa, non cambierebbe il risultato. Cambierebbe solamente il verso di tutte e quattro le forze in gioco, che quindi, sommate, si annullerebbero ancora.



Nel caso in cui le cariche siano disposte diversamente (in A e in B cariche negative, in C e in D cariche positive), la situazione è completamente diversa.
Partiamo sempre dal caso di Q positiva.
Sulla carica Q agisce una forza attrattiva per effetto della carica negativa in A e repulsiva per effetto della carica positiva in C. Le due forze hanno lo stesso modulo (per quanto evidenziato prima), stessa direzione e stesso verso, perciò si sommano, dando luogo a una forza doppia di quella agente per effetto di A.
Allo stesso modo, sulla carica Q agisce una forza attrattiva per effetto della carica negativa in B e repulsiva per effetto della carica positiva in D. Le due forze hanno lo stesso modulo (per quanto evidenziato prima), stessa direzione e stesso verso, perciò si sommano, dando luogo a una forza doppia di quella agente per effetto di B.
Sommando le forze, otteniamo quella che n figura è indicata in verde.
Per effettuare i calcoli, indico con d la distanza BQ e $2d$ la distanza AQ:

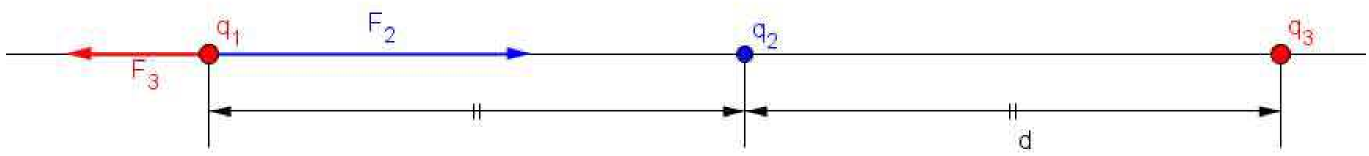
$$F_x = -2k\frac{q^2}{d^2} \qquad\qquad F_y = 2k\frac{q^2}{4d^2}$$

Posso determinare la forza risultante, considerate le sue componenti:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 2k\frac{q^2}{d^2}\sqrt{1+\frac{1}{16}} = \boldsymbol{k\frac{q^2}{2d^2}\sqrt{17}}$$

Nel caso in cui la carica Q sia negativa, il risultato del modulo della forza sarebbe uguale, ma cambierebbe il suo verso, che sarebbe opposto.

3. Siano date tre cariche puntiformi, $q_1 = -3q$, $q_2 = +2q$ e $q_3 = -3q$: q_2 si trova nell'origine e q_1 e q_3 sono simmetriche rispetto ad essa e si trovano sull'asse x. Determina la forza agente su q_1.



Sulla carica q_1, agiscono la forza determinata dalla presenza di q_2 (attrattiva, visto che le due cariche hanno segno opposto, indicata in blu nel disegno) e la forza determinata dalla presenza di q_3 (repulsiva, visto che le due cariche hanno lo stesso segno, indicata in rosso nel disegno). Dobbiamo quindi sommare vettorialmente le due forze, ovvero sottrarre F_3 da F_2, ricordando che la distanza tra q_1 e q_3 è pari a $2d$

$$F_1 = F_2 - F_3 = k\frac{q_1 q_2}{d^2} - k\frac{q_1 q_3}{(2d)^2} = k\frac{6q^2}{d^2} - k\frac{9\,q^2}{4d^2} = k\frac{q^2}{d^2}\left(6 - \frac{9}{4}\right) = \boldsymbol{k\frac{15\,q^2}{4\,d^2}}$$

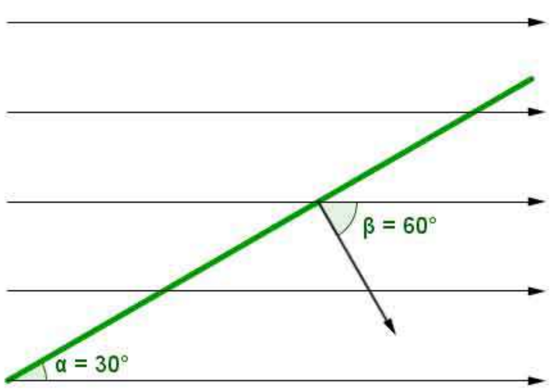
4. Considera un campo elettrico uniforme di 5 N/C attraverso una superficie sferica di raggio 20 cm. Quanto vale il flusso? Motiva la tua risposta.

Il flusso è nullo, in quanto attraversa la superficie prima in entrata e poi in uscita. In altre parole, non esistono cariche all'interno della sfera, perciò il flusso è **nullo**.

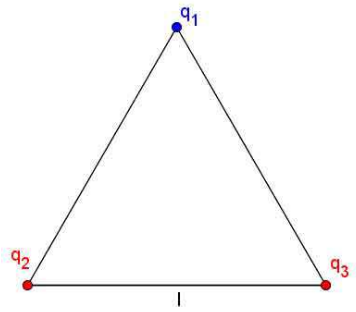
5. Un profilo rettangolare di base AB = 5,0 cm e altezza BC = 15 cm è immerso in un campo elettrico uniforme di intensità 12 N/C. La base è perpendicolare alle linee di campo mentre l'altezza forma un angolo di 30° con la direzione del campo. Determina il flusso del campo uscente dalla superficie rettangolare.

Applicando la definizione di flusso, determino il suo valore. Devo però ricordare che il prodotto scalare tra il campo elettrico e la superficie considera come vettore superficie un vettore perpendicolare alla stessa, perciò l'angolo formato tra tale vettore e quello del campo elettrico è di 60°, come indicato nella figura a lato:

$$\Phi = \vec{E}\cdot\vec{S} = ES\cos 60° = \overline{AB}\cdot\overline{BC}\cdot E\cos 60° = \boldsymbol{0,045\ Nm^2/C}$$



6. Tre cariche di uguale modulo sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato 3,2 cm. L'energia potenziale elettrica del sistema è – 2,7 J. Calcola il valore di ciascuna carica.



Perché l'energia potenziale totale sia negativa, nella distribuzione devo fare in modo che due cariche abbiano lo stesso segno e la terza abbia segno opposto. Nella configurazione rappresentata a lato, possiamo avere: $q_1 = +q$, $q_2 = -q$ e $q_3 = -q$. L'energia potenziale elettrica del sistema risulta:

$$U = k\frac{q_1 q_2}{l} + k\frac{q_1 q_3}{l} + k\frac{q_2 q_3}{l} = -k\frac{q^2}{l} - k\frac{q^2}{l} + k\frac{q^2}{l} = -k\frac{q^2}{l}$$

Sarei pervenuta allo stesso risultato se avessi scelto la carica q_1 negativa e le altre due positive.
Uguagliando il risultato ottenuto al valore dell'energia potenziale dato, posso trovare il modulo della carica q:

$$-k\frac{q^2}{l} = U \qquad \Rightarrow \qquad q = \sqrt{-\frac{U\,l}{k}} = \mathbf{3,1\ \mu C}$$

Perciò: $q_1 = \mathbf{+3,1\ \mu C}$, $q_2 = \mathbf{-3,1\ \mu C}$ e $q_3 = \mathbf{-3,1\ \mu C}$, oppure: $q_1 = \mathbf{-3,1\ \mu C}$, $q_2 = \mathbf{+3,1\ \mu C}$ e $q_3 = \mathbf{+3,1\ \mu C}$

7. Supponi di voler accelerare un elettrone, inizialmente fermo, fino alla velocità di $1 \cdot 10^6\ \mathrm{m/s}$. Quanto vale la differenza di potenziale che devi applicare?

Applico il principio di conservazione dell'energia:

$$U_o + K_o = U_f + K_f$$

La velocità iniziale dell'elettrone è nulla, perciò è nulla anche la sua energia cinetica iniziale:

$$K_f = U_o - U_f = e^-(V_o - V_f) = e^-(-\Delta V) \qquad \Rightarrow \qquad \Delta V = -\frac{K_f}{e^-} = -\frac{mv^2}{2e^-} = \mathbf{3\ V}$$

8. Due cariche $q_1 = 62\ \mu C$ e $q_2 = -24\ \mu C$ si trovano a una distanza di 15 cm. A quale distanza da q_2, sulla congiungente le due cariche, si ha potenziale nullo?

Indico con x la distanza dalla carica negativa e con d la distanza tra le due cariche:

$$V = k\frac{q_1}{d-x} + k\frac{q_2}{x} = 0$$

$$\frac{q_1}{d-x} + \frac{q_2}{x} = 0 \qquad\qquad q_1 x + q_2\,(d-x) = 0$$

$$x = \frac{q_2}{q_2 - q_1} d = \mathbf{4,2\ cm}$$

9. Considera due punti A e B all'interno di un campo elettrico uniforme, posti sulla stessa linea di campo e distanti 30 cm. Il campo elettrico è di 45 N/C. Calcola la differenza di potenziale tra i punti A e B. I punti vengono successivamente posti perpendicolarmente rispetto a una linea del campo elettrico. Quanto vale ora la differenza di potenziale?

Tra campo elettrico e potenziale c'è la seguente relazione: $E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$, perciò:

$$\Delta V = 45\ N/C\ \cdot 30\ cm = \mathbf{14\ V}$$

Se invece i punti A e B sono posti perpendicolarmente rispetto a una linea del campo elettrico, sono allo stesso potenziale, perciò: $\Delta V = \mathbf{0}$.