

1. Rappresenta per elencazione e mediante diagrammi di Venn gli insiemi:

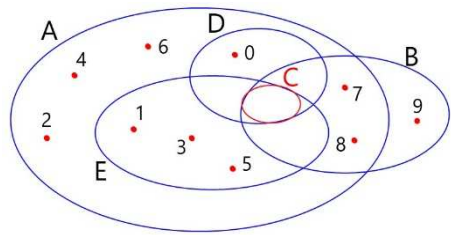
$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 8\} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 6 < x < 10\} = \{7; 8; 9\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = -4\} = \{ \}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è pari e } x < 2\} = \{0\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è dispari e } 1 \leq x \leq 5\} = \{1; 3; 5\}$$



$$B \subset A \quad \text{V} \text{ F} \quad C \subset A \quad \text{V} \text{ F} \quad D \in A \quad \text{V} \text{ F} \quad E \subset A \quad \text{V} \text{ F}$$

2. Dati $A = \{1; 2; 3\}$, $B = \{2; 3\}$, $C = \{3\}$, calcola i risultati delle seguenti espressioni (per elencazione):

$$(A - B) \times C = \{1\} \times \{3\} = \{(1; 3)\}$$

$$(A - C) \times B = \{1; 2\} \times \{2; 3\} = \{(1; 2); (1; 3); (2; 2); (2; 3)\}$$

3. Sapendo che $(A \cap B) - C = \{4\}$,

$$(A \cap C) - B = \{0; 3\},$$

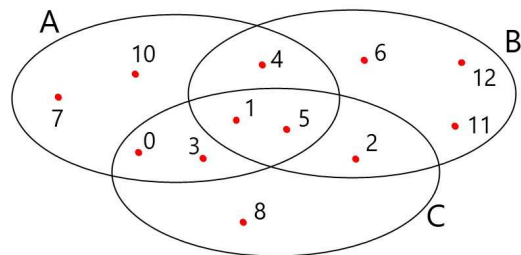
$$(C \cap B) - A = \{2\},$$

$$A \cap B \cap C = \{1; 5\},$$

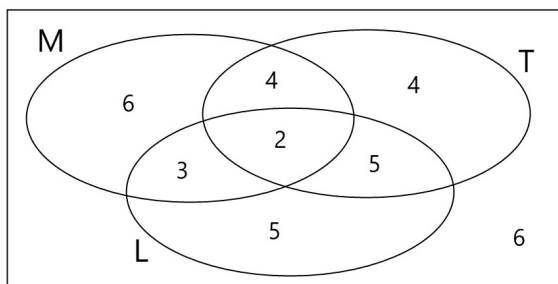
$$A - B = \{0; 3; 7; 10\},$$

$$A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 10; 11; 12\} \text{ e}$$

$$C - B = \{0; 3; 8\}, \text{ completa:}$$



4. Una emittente televisiva locale intervista 35 studenti in merito al proprio modo di passare il tempo libero. La tabella riporta i numeri relativi alle risposte degli studenti intervistati. Rispondi alle domande, dopo aver rappresentato la situazione con un diagramma di Venn.



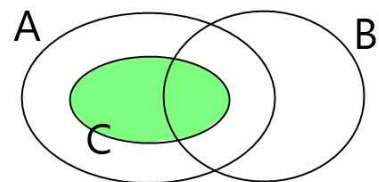
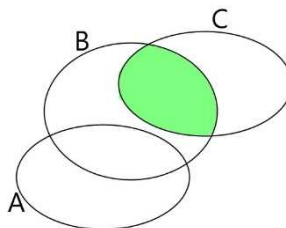
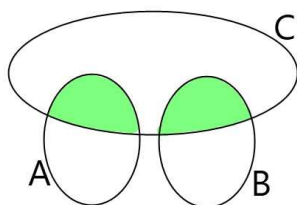
| | |
|--------------------------------------|----|
| Ascoltare musica | 15 |
| Guardare serie TV | 15 |
| Leggere libri | 15 |
| Ascoltare musica e guardare serie TV | 6 |
| Ascoltare musica e leggere libri | 5 |
| Guardare serie TV e leggere libri | 7 |
| Fare tutte e tre le cose | 2 |

Quanti studenti ascoltano musica e guardano serie TV, ma non leggono libri? **4**

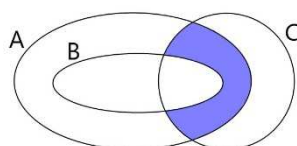
Quanti studenti guardano solo serie TV? **4**

Quanti studenti non fanno nessuna delle tre cose? **6**

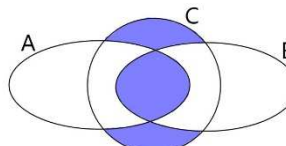
5. Colora, in ciascun disegno, la parte corrispondente all'insieme $C \cap (A \cup B)$:



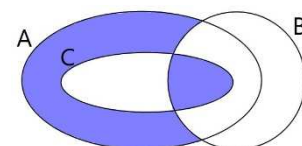
6. Scrivi al di sotto di ciascuna figura un'espressione che esprima l'insieme colorato, per mezzo di unioni, intersezioni o differenze degli insiemi A, B e C.



$$(C \cap A) - B \text{ o } (A - B) \cap C$$



$$[C - (A \cup B)] \cup (A \cap B)$$



$$[A - (B \cup C)] \cup (B \cap C)$$

7. Dato $B \subset A$, con A e B insiemi generici, calcola il risultato delle seguenti espressioni:

$$(A \cup B) \cup A = A \cup A = A \qquad (A \cup B) \cap B = A \cap B = B$$

$$[(A \cap B) \cap (A \cup B)] \cap \emptyset = \emptyset \qquad [(A \cup B) \cup (A \cap \emptyset)] \cap B = B$$

8. Date le proposizioni A: «20 è minore di 10», B: «20 è maggiore di 10», C: «20 è multiplo di 4», D: «20 è un numero dispari», E: «20 è multiplo di 60», stabilisci il valore di verità delle seguenti proposizioni composte:

| | | | | | |
|----------------------------------|--|-------------------------|--|-----------------------|--|
| $A \wedge B$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> | $\bar{A} \wedge C$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> | $A \rightarrow B$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> |
| $\overline{A \wedge C}$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> | $\overline{A \wedge B}$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> | $B \leftrightarrow C$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> |
| $D \vee B$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> | $A \vee \bar{B}$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> | $C \leftrightarrow E$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> |
| $(A \wedge B) \leftrightarrow E$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> | $A \vee \bar{C}$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> | $A \leftrightarrow E$ | <input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/> |

9. Fai un esempio di proposizioni A e B in modo che $A \wedge \bar{\bar{B}}$ sia vera.

Di fatto la proposizione composta corrisponde alla congiunzione di A e B (visto che la doppia negazione di B corrisponde a B), perciò, perché la congiunzione sia vera, entrambe le proposizioni devono essere vere:

A: «20 è maggiore di 10», B: «20 è multiplo di 4»

10. Completa la seguente tabella, scrivendo i numeri nelle basi indicate:

| Base 2 | Base 3 | Base 5 | Base 10 |
|-----------------|--------------|-------------|-----------|
| 110010 | 1212 | 200 | 50 |
| 10010 | 200 | 33 | 18 |
| 101010 | 1120 | 132 | 42 |
| 11001000 | 21102 | 1300 | 200 |

11. Scegli la risposta corretta tra quelle date:

È necessario avere una buona preparazione in analisi e in algebra per superare l'esame di matematica del primo anno. Se la precedente proposizione è vera, quale delle seguenti è sicuramente FALSA? (Veterinaria 2020)

- A) Alice ha una buona preparazione in analisi ma non in algebra e non ha superato l'esame di matematica del primo anno
- B) Michele ha una buona preparazione in algebra ma non in analisi e non ha superato l'esame di matematica del primo anno
- C) Michele ha una buona preparazione in analisi e in algebra ma non ha superato l'esame di matematica del primo anno
- D) Michele non ha una buona preparazione né in analisi né in algebra ma ha superato l'esame di matematica del primo anno
- E) Alice ha una buona preparazione in analisi e in algebra e ha superato l'esame di matematica del primo anno

Quale dei seguenti casi NON è possibile se qualche X è Y? (Professioni sanitarie 2020)

- A) nessun Y sia X B) ogni Y sia X C) ogni X sia Y D) qualche Y sia X E) ogni X sia Y e ogni Y sia X

Quale tra le seguenti affermazioni è la negazione della frase «tutti gli atleti che attualmente giocano negli All Blacks (nazionale di rugby neozelandese) sono nati in Nuova Zelanda»? (Professioni sanitarie 2021)

- A) Nessun attuale All Blacks è nato in Nuova Zelanda B) Almeno un attuale All Blacks non è nato in Nuova Zelanda
- C) Tutti gli attuali All Blacks sono nati in Nuova Zelanda D) Solo i nati in Nuova Zelanda giocano negli attuali All Blacks
- E) Nessun nato in Nuova Zelanda gioca negli attuali All Blacks

A quale delle seguenti affermazioni equivale la frase: "Non tutti i miopi portano gli occhiali"? (Medicina e odontoiatria 2011)

- A Non vi è un miope che non porti gli occhiali B C'è almeno un miope che non porta gli occhiali
 C Nessun miope porta gli occhiali D Tutti i miopi portano gli occhiali
 E Tutti i miopi evitano di portare gli occhiali

Data la frase: "Condizione necessaria perché un numero sia divisibile per 10 è che sia divisibile per 5", a quale/i delle seguenti affermazioni equivale?

R_1 : Se un numero è divisibile per 10 allora è divisibile per 5

R_2 : Se un numero è divisibile per 5 allora è divisibile per 10

R_3 : Condizione sufficiente perché un numero sia divisibile per 5 è che sia divisibile per 10

- A solo a R_2 B a R_2 e R_3 C solo a R_1 D a R_1 e R_3 E a nessuna

Dati i predicati: $p(x)$: x è un numero primo e $q(x)$: x è un numero pari, quale/i delle seguenti affermazioni è/sono FALSA/E?

R_1 : $\exists x \in \mathbb{N} \mid p(x) \wedge q(x)$

R_2 : $\forall x \in \mathbb{N}, p(x) \vee q(x)$

R_3 : $\forall x \in \mathbb{N}, \overline{p(x)} \wedge q(x)$

- A Solo R_2 B R_2 e R_3 C Solo R_1 D R_1 e R_3 E Nessuna

12. Dati i predicati: $A(x): x + 3 > 0$ e $B(x): 2x - 1 = 0$ con $x \in \mathbb{Q}$, determina il valore di verità degli enunciati:

- $A(1) \vee B\left(\frac{1}{2}\right)$ V F $A(-3) \wedge B(-1)$ V F $A(1) \rightarrow B\left(\frac{1}{2}\right)$ V F
 $\overline{A(1)} \wedge B\left(\frac{1}{2}\right)$ V F $\overline{\overline{A(-3)} \wedge B(-1)}$ V F $B(-1) \leftrightarrow A(1)$ V F

13. Dimostra la validità della seguente equivalenza applicando le proprietà degli operatori e indicando quale proprietà hai applicato:

$$\overline{A \vee \overline{A \wedge B}} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

$$\overline{A \vee \overline{A \wedge B}} = \overline{A} \vee (\overline{A \wedge B}) = \text{per la legge di De Morgan}$$

$$= (\overline{A} \vee \overline{A}) \vee \overline{B} = \text{per la proprietà associativa della disgiunzione}$$

$$= \overline{A} \vee \overline{B} \text{ per la legge di idempotenza della disgiunzione}$$