

1. Rappresenta per elencazione e mediante diagrammi di Venn gli insiemi:

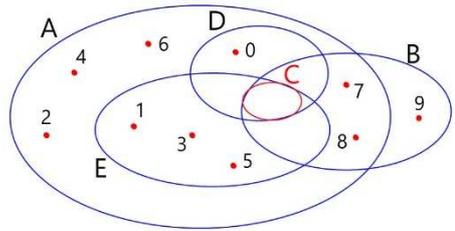
$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 8\} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 6 < x < 10\} = \{7; 8; 9\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = -4\} = \{ \}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è pari e } x < 2\} = \{0\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è dispari e } 1 \leq x \leq 5\} = \{1; 3; 5\}$$



$C \subset A$ $B \subset A$ $E \in A$ $D \subset A$

2. Dati $A = \{1; 2; 3\}$, $B = \{3\}$, $C = \{2; 3\}$, calcola i risultati delle seguenti espressioni (per elencazione):

$$(A - B) \times C = \{1; 2\} \times \{2; 3\} = \{(1; 2); (1; 3); (2; 2); (2; 3)\} \quad (A - C) \times B = \{1\} \times \{3\} = \{(1; 3)\}$$

3. Sapendo che $(A \cap B) - C = \{11\}$,

$$(A \cap C) - B = \{0; 12\},$$

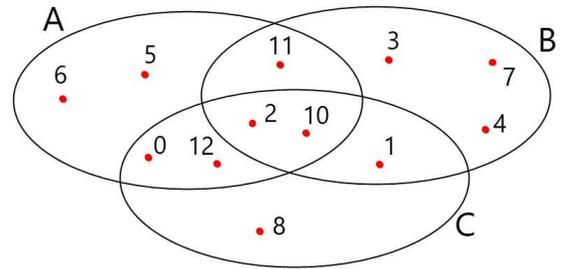
$$(C \cap B) - A = \{1\},$$

$$A \cap B \cap C = \{2; 10\},$$

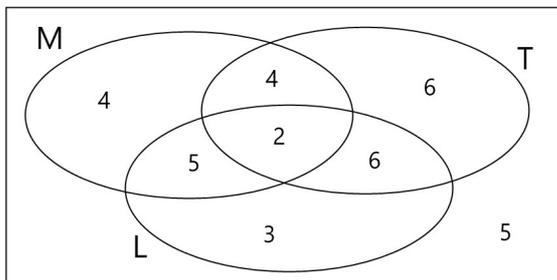
$$A - B = \{0; 5; 6; 12\},$$

$$A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 10; 11; 12\} \text{ e}$$

$$C - B = \{0; 8; 12\}, \text{ completa:}$$



4. Una emittente televisiva locale intervista 35 studenti in merito al proprio modo di passare il tempo libero. La tabella riporta i numeri relativi alle risposte degli studenti intervistati. Rispondi alle domande, dopo aver rappresentato la situazione con un diagramma di Venn.



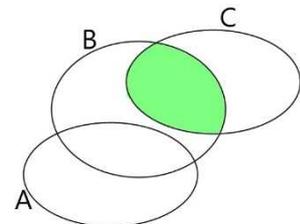
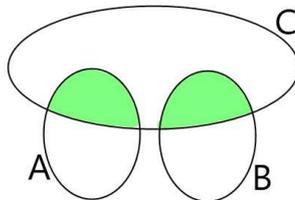
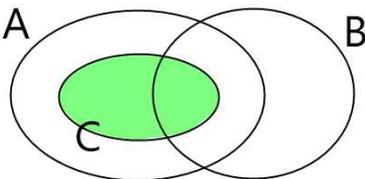
Ascoltare musica	15
Guardare serie TV	18
Leggere libri	16
Ascoltare musica e guardare serie TV	6
Ascoltare musica e leggere libri	7
Guardare serie TV e leggere libri	8
Fare tutte e tre le cose	2

Quanti studenti ascoltano musica e guardano serie TV, ma non leggono libri? **4**

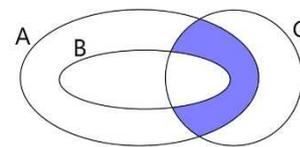
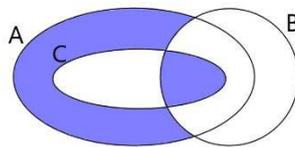
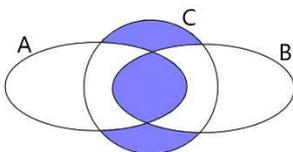
Quanti studenti guardano solo serie TV? **6**

Quanti studenti non fanno nessuna delle tre cose? **5**

5. Colora, in ciascun disegno, la parte corrispondente all'insieme $C \cap (A \cup B)$:



6. Scrivi al di sotto di ciascuna figura un'espressione che esprima l'insieme colorato, per mezzo di unioni, intersezioni o differenze degli insiemi A, B e C.



$$[C - (A \cup B)] \cup (A \cap B)$$

$$[A - (B \cup C)] \cup (B \cap C)$$

$$(C \cap A) - B \text{ o } (A - B) \cap C$$

7. Dato $A \subset B$, con A e B insiemi generici, calcola il risultato delle seguenti espressioni:

$$(A \cup B) \cup B = B \cup B = \mathbf{B}$$

$$(A \cup B) \cap A = B \cap A = \mathbf{A}$$

$$[(A \cap B) \cap (A \cup B)] \cap \emptyset = \emptyset$$

$$[(A \cup B) \cup (B \cap \emptyset)] \cap A = \mathbf{A}$$

8. Date le proposizioni A: «20 è maggiore di 10», B: «20 è minore di 10», C: «20 è multiplo di 4», D: «20 è un numero pari», E: «20 è multiplo di 60», stabilisci il valore di verità delle seguenti proposizioni composte:

$A \wedge B$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$\bar{A} \wedge C$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \rightarrow B$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$\overline{A \wedge C}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$\overline{A \wedge B}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$B \leftrightarrow C$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$D \vee B$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \vee \bar{B}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$C \leftrightarrow E$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$(A \wedge B) \leftrightarrow E$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \vee \bar{C}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \leftrightarrow E$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>

9. Fai un esempio di proposizioni A e B in modo che $A \wedge \bar{B}$ sia vera.

Di fatto la proposizione composta corrisponde alla congiunzione di A e B (visto che la doppia negazione di B corrisponde a B), perciò, perché la congiunzione sia vera, entrambe le proposizioni devono essere vere:

A: «20 è maggiore di 10», B: «20 è multiplo di 4»

10. Completa la seguente tabella, scrivendo i numeri nelle basi indicate:

Base 2	Base 3	Base 5	Base 10
101010	1120	132	42
110010	1212	200	50
11001000	21102	1300	200
10010	200	33	18

11. Scegli la risposta corretta tra quelle date:

È necessario avere una buona preparazione in analisi e in algebra per superare l'esame di matematica del primo anno. Se la precedente proposizione è vera, quale delle seguenti è sicuramente FALSA? (Veterinaria 2020)

- A) Alice ha una buona preparazione in analisi e in algebra e ha superato l'esame di matematica del primo anno
- B) Michele non ha una buona preparazione né in analisi né in algebra ma ha superato l'esame di matematica del primo anno
- C) Michele ha una buona preparazione in algebra ma non in analisi e non ha superato l'esame di matematica del primo anno
- D) Michele ha una buona preparazione in analisi e in algebra ma non ha superato l'esame di matematica del primo anno
- E) Alice ha una buona preparazione in analisi ma non in algebra e non ha superato l'esame di matematica del primo anno

Quale dei seguenti casi NON è possibile se qualche X è Y? (Professioni sanitarie 2020)

- A) ogni Y sia X B) ogni X sia Y C) qualche Y sia X D) nessun Y sia X E) ogni X sia Y e ogni Y sia X

Quale tra le seguenti affermazioni è la negazione della frase "tutti gli atleti che attualmente giocano negli All Blacks (nazionale di rugby neozelandese) sono nati in Nuova Zelanda"? (Professioni sanitarie 2021)

- A) Almeno un attuale All Blacks non è nato in nuova Zelanda B) Tutti gli attuali All Blacks sono nati in Nuova Zelanda
- C) Solo i nati in Nuova Zelanda giocano negli attuali All Blacks D) Nessun attuale All Blacks è nato in nuova Zelanda
- E) Nessun nato in Nuova Zelanda gioca negli attuali All Blacks

A quale delle seguenti affermazioni equivale la frase: "Non tutti i miopi portano gli occhiali"? (Medicina e odontoiatria 2011)

- A Non vi è un miope che non porti gli occhiali B Nessun miope porta gli occhiali
 C C'è almeno un miope che non porta gli occhiali D Tutti i miopi evitano di portare gli occhiali
 E Tutti i miopi portano gli occhiali

Data la frase: "Condizione necessaria perché un numero sia divisibile per 10 è che sia divisibile per 5", a quale/i delle seguenti affermazioni equivale?

R_1 : Se un numero è divisibile per 10 allora è divisibile per 5

R_2 : Se un numero è divisibile per 5 allora è divisibile per 10

R_3 : Condizione sufficiente perché un numero sia divisibile per 5 è che sia divisibile per 10

- A a R_1 e R_3 B solo a R_2 C a R_2 e R_3 D solo a R_1 E a nessuna

Dati i predicati: $p(x)$: x è un numero primo e $q(x)$: x è un numero pari, quale/i delle seguenti affermazioni è/sono FALSA/E?

$$R_1: \exists x \in \mathbb{N} \mid p(x) \wedge q(x) \qquad R_2: \forall x \in \mathbb{N}, p(x) \vee q(x) \qquad R_3: \forall x \in \mathbb{N}, \overline{p(x)} \wedge q(x)$$

- A Solo R_2 B Solo R_1 C R_1 e R_3 D R_2 e R_3 E Nessuna

12. Dati i predicati: $A(x): x + 3 > 0$ e $B(x): 2x - 1 = 0$ con $x \in \mathbb{Q}$, determina il valore di verità degli enunciati:

$$\begin{array}{llllll}
 A(1) \rightarrow B\left(\frac{1}{2}\right) & \text{V} \text{ F} & B(-1) \leftrightarrow A(1) & \text{V} \text{ F} & A(1) \vee B\left(\frac{1}{2}\right) & \text{V} \text{ F} \\
 \overline{\overline{A(-3)} \wedge B(-1)} & \text{V} \text{ F} & \overline{A(1)} \wedge B\left(\frac{1}{2}\right) & \text{V} \text{ F} & A(-3) \wedge B(-1) & \text{V} \text{ F}
 \end{array}$$

13. Dimostra la validità della seguente equivalenza applicando le proprietà degli operatori e indicando quale proprietà hai applicato:

$$\overline{A \vee \overline{A \wedge B}} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

$$\overline{A \vee \overline{A \wedge B}} = \overline{A} \vee \overline{(\overline{A} \vee \overline{B})} \quad \text{per la legge di De Morgan}$$

$$= (\overline{A} \vee \overline{A}) \vee \overline{B} \quad \text{per la proprietà associativa della disgiunzione}$$

$$= \overline{A} \vee \overline{B} \quad \text{per la legge di idempotenza della disgiunzione}$$