

1. Rappresenta per elencazione e mediante diagrammi di Venn gli insiemi:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{n+3}{n+2}, n \in \mathbb{N} \text{ e } 1 \leq n \leq 5 \right\} = \{ \}$$

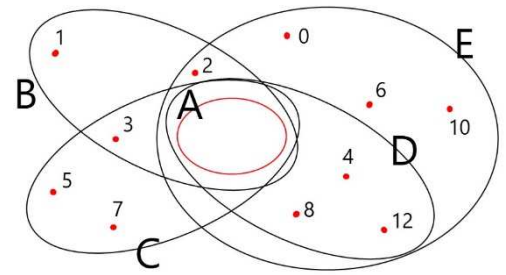
$$B = \{ x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3 \} = \{1; 2; 3\}$$

$$C = \{ x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è dispari e } 3 \leq x \leq 7 \} = \{3; 5; 7\}$$

$$D = \{ x \in \mathbb{N} \mid x = 4n, n \in \mathbb{N}^* \text{ e } n \leq 3 \} = \{4; 8; 12\}$$

$$E = \{ x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N} \text{ e } n \leq 6 \} = \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12\}$$

$$A \subset B \quad \text{V} \text{ F} \quad C \cap B = \{3\} \quad \text{V} \text{ F} \quad A \in E \quad \text{V} \text{ F} \quad E \subset D \quad \text{V} \text{ F}$$



2. Dati $A = \{a; b; c; d\}$, $B = \{b; d\}$, $C = \{e; f\}$, calcola i risultati delle seguenti espressioni (per elencazione):

$$(A \cap B) \times C = \{b; d\} \times \{e; f\} = \{(b; e); (b; f); (d; e); (d; f)\} \quad (A - B) \times C = \{a; c\} \times \{e; f\} = \{(a; e); (a; f); (c; e); (c; f)\}$$

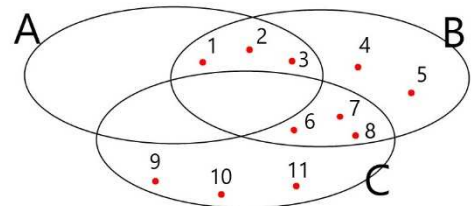
3. Sapendo che $(A \cap B) - C = A$,

$$(C \cap B) - A = \{6; 7; 8\},$$

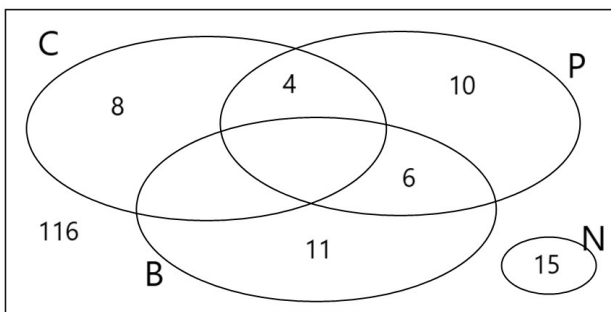
$$B \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\}$$

$$B - C = \{1; 2; 3; 4; 5\} \text{ e}$$

$$B - A = \{4; 5; 6; 7; 8\}, \text{ completa:}$$



4. Un'indagine condotta su 170 studenti di una scuola ha rivelato che sono quattro gli sport praticati a livello agonistico: basket, calcio, pallavolo e nuoto. Rispondi alle domande, dopo aver rappresentato la situazione con un diagramma di Venn.



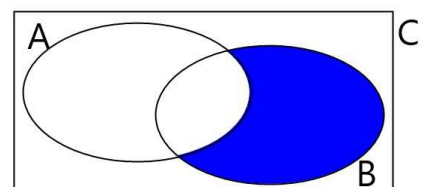
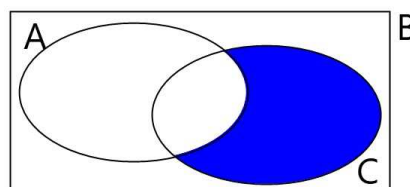
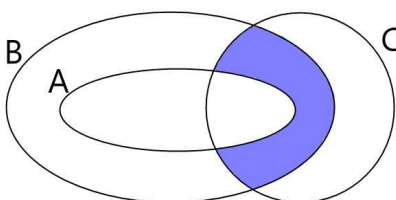
- 15 studenti praticano solo nuoto
- Nessuno studente pratica tutti gli sport
- 4 studenti praticano calcio e pallavolo, ma non basket
- 6 studenti praticano basket e pallavolo, ma non calcio
- Nessuno studente pratica basket e calcio
- 17 studenti praticano basket
- 20 studenti praticano pallavolo
- 12 studenti praticano calcio

Quanti studenti non praticano alcuno sport a livello agonistico? **116**

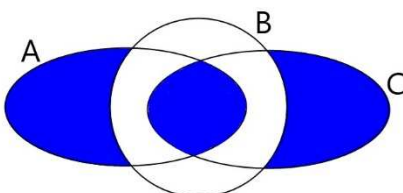
Quanti studenti praticano solo uno sport? **44**

Quanti studenti praticano due sport? **10**

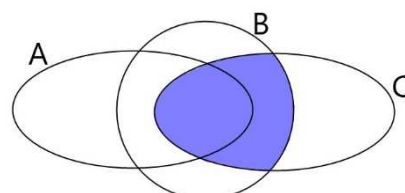
5. Colora, in ciascun disegno, la parte corrispondente all'insieme $C \cap (B - A)$:



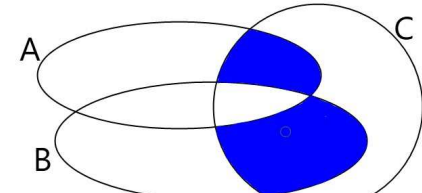
6. Scrivi al di sotto di ciascuna figura un'espressione che esprima l'insieme colorato, per mezzo di unioni, intersezioni o differenze degli insiemi A, B e C.



$$[(A \cup C) - B] \cup (A \cap C)$$



$$B \cap C$$



$$[(A \cup B) \cap C] - (A \cap B)$$

7. Nell'insieme universo U , siano dati gli insiemi A , B e C tali che $A \cap B = C$. Calcola il risultato delle seguenti espressioni:

$$C - A = \emptyset \qquad (A \cup B) \cap B = B$$

$$\overline{\overline{A \cup B}} = A \cap B = C \qquad [(A \cup B) \cup (A \cap \emptyset)] - (B - C) = (A \cup B) - (B - C) = A$$

8. Date le proposizioni A : «30 è maggiore di 10», B : «10 è maggiore di 20», C : «20 è multiplo di 6», D : «21 è un numero dispari», E : «60 è multiplo di 20», stabilisci il valore di verità delle seguenti proposizioni composte:

$A \wedge B$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$\bar{A} \wedge C$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \rightarrow B$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$\overline{A \wedge C}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$\overline{A \wedge B}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$B \leftrightarrow C$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$D \vee B$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \vee \bar{B}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$C \rightarrow E$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$(A \wedge B) \leftrightarrow E$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \vee \bar{C}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \leftrightarrow E$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>

9. Fai un esempio di proposizioni A e B in modo che $\overline{A \vee B}$ sia vera.

Di fatto la proposizione composta corrisponde alla negazione della disgiunzione di A e B , perciò, perché la negazione sia vera, la disgiunzione deve essere falsa, il che avviene quando entrambe le proposizioni sono false:

A : «20 è minore di 10», B : «20 è multiplo di 6»

10. Completa la seguente tabella, scrivendo i numeri nelle basi indicate:

Base 2	Base 3	Base 5	Base 10
110101	1222	203	53
10101	210	41	21
110000	1210	143	48
100101110	102012	2202	302

11. Scegli la risposta corretta tra quelle date:

“L'esame dell'affresco non ha consentito di dimostrare l'impossibilità che l'autore sia il grande Michelangelo”. Qual è il corretto significato della precedente affermazione? (Professioni sanitarie 2018)

- A) Michelangelo non è l'autore dell'affresco
 B) Michelangelo non può essere l'autore dell'affresco
 C) È impossibile che l'autore dell'affresco non sia Michelangelo
 D) Michele non ha una buona preparazione né in analisi né in algebra ma ha superato l'esame di matematica del primo anno
 E) Michelangelo potrebbe essere l'autore dell'affresco

Quale dei seguenti casi NON è possibile se tutti gli X sono Y ?

- A) qualche Y è X B) non tutti gli Y sono X C) nessun Y è X D) tutti gli Y sono X E) quasi tutti gli Y sono X

“È sbagliato non ammettere che la competenza del medico non è bastata per impedire che la prognosi risultasse errata”. Basandosi sulla precedente affermazione, individuare quale delle seguenti alternative è esatta. (Professioni sanitarie 2018)

- A) Bisogna ammettere che il medico non è stato competente
 B) La prognosi è risultata errata nonostante la competenza del medico
 C) Grazie alla competenza del medico la prognosi non è risultata errata
 D) Solo un medico competente può fare una diagnosi corretta
 E) La prognosi è risultata corretta nonostante l'incompetenza del medico

Considerata la premessa: "Se Enea mangerà e carote a pranzo, Alice non potrà preparare la torta di carote come dessert per la cena". Consideriamo le quattro opzioni: (Professioni sanitarie 2020)

- E) Enea non ha mangiato le carote a pranzo, quindi Alice ha preparato la torta per la cena
- F) Alice ha preparato la torta di carote per la cena per cui Enea non ha mangiato le carote a pranzo
- G) Enea ha mangiato le carote a pranzo per cui Alice non ha preparato la torta di carote per la cena
- H) Alice non ha preparato la torta di carote per la cena, quindi Enea ha mangiato le carote a pranzo

Quale/i di queste, per la regola del modus ponens ($[(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$) o del modus tollens ($[(A \rightarrow B) \wedge \bar{B}] \rightarrow \bar{A}$), è/sono logicamente corrette?

- A B e C B e D A, C e D A e D A, B e C

Data la frase: "Essere equilatero è condizione sufficiente per essere isoscele", a quale/i delle seguenti affermazioni equivale?

R_1 : Tutti i triangoli equilateri sono isosceli

R_2 : Nessun triangolo isoscele è equilatero

R_3 : Condizione necessaria perché un triangolo sia equilatero è che sia isoscele

- A solo a R_2 B a R_2 e R_3 C solo a R_1 D a R_1 e R_3 E a nessuna

Quale/i delle seguenti affermazioni è/sono FALSA/E?

$$R_1: \forall x \in \mathbb{Q}, x^2 + 1 > 0$$

$$R_2: \forall x \in \mathbb{N}, x - 1 \in \mathbb{N}$$

$$R_3: \forall x \in \mathbb{Q}, x^4 > x^2$$

- A Solo R_2 B R_2 e R_3 C Solo R_1 D R_1 e R_3 E Nessuna

12. Dati i predicati: $A(x): x - 2 < 0$ e $B(x): 2x + 3 = 0$ con $x \in \mathbb{Q}$, determina il valore di verità degli enunciati:

- $A(4) \vee B\left(\frac{1}{2}\right)$ V F $A(-3) \rightarrow B(-1)$ V F $A(1) \rightarrow B\left(\frac{1}{2}\right)$ V F
 $\overline{A(4)} \wedge B\left(-\frac{3}{2}\right)$ V F $\overline{\overline{A(-3)} \rightarrow B(-4)}$ V F $\overline{B(-1)} \leftrightarrow A(1)$ V F

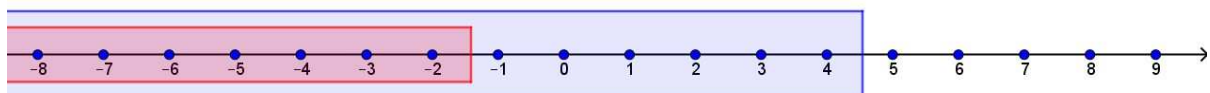
13. Determina l'insieme di verità di $\overline{\overline{p(x)} \vee \overline{q(x)}}$, essendo:

$$p(x): x \leq -2 \quad e \quad q(x): x < 5 \quad con \quad x \in \mathbb{Z}$$

L'insieme di verità di $p(x)$ è $P = \{x \in \mathbb{Z} | x \leq -2\}$ e quello di $q(x)$ è $Q = \{x \in \mathbb{Z} | x < 5\}$, perciò quello di $p(x) \vee \overline{q(x)}$ è $P \cup \bar{Q}$ e quello di $\overline{\overline{p(x)} \vee \overline{q(x)}}$ è $\overline{P \cup \bar{Q}}$, che, applicando la legge di De Morgan, diventa:

$$\overline{P \cup \bar{Q}} = \bar{P} \cap \bar{\bar{Q}} = \bar{P} \cap Q = Q - P = \{x \in \mathbb{Z} | x < 5\} - \{x \in \mathbb{Z} | x \leq -2\} = \{x \in \mathbb{Z} | -2 < x < 5\} = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$$

Il risultato diventa più chiaro se usiamo la retta dei numeri interi:



dove la striscia indicata in rosso racchiude al suo interno gli elementi dell'insieme P e la striscia in blu gli elementi dell'insieme Q. Rappresentando graficamente la situazione, risultano evidenti gli elementi dell'insieme di verità richiesto.