

1. Completa la seguente tabella (se l'insieme è infinito, elenca almeno sei elementi):

Rappresentazione in forma estensiva	Rappresentazione in forma intensiva
$A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49\}$	$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = n^2, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 7\}$
$B = \{0, 3, 6, 15\}$	$B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{3n}{6-n}, n \in \mathbb{N}, n \leq 5\right\}$
$C = \left\{3, \frac{5}{4}, \frac{7}{9}, \frac{9}{16}, \frac{11}{25}, \frac{13}{36}, \frac{15}{49}, \dots\right\}$	$C = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{2n+1}{n^2}, n \in \mathbb{N}^*\right\}$
$D = \left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{11}{12}, \frac{13}{14}, \frac{15}{16}, \frac{17}{18}, \frac{19}{20}\right\}$	$D = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{2n-1}{2n}, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 10\right\}$

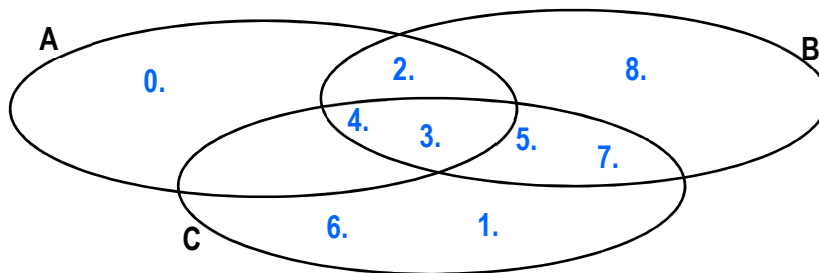
2. Dati gli insiemi A, B e C, formati rispettivamente dalle vocali delle parole "amicizia", "insieme" e "ambite", stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono vere:

$\{a\} \subseteq A$	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	$i \in B$	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	$A \not\subseteq B$	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
$B \subset C$	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	$C \supset A$	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	$\{a, i\} \in A$	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

3. In quale caso se A ha cinque elementi e B ha tre elementi,  $A \cap B$  ha tre elementi?

Quando B è un sottoinsieme di A

4. Sapendo che  $(A \cap B) - C = \{2\}$ ,  $(A \cap C) - B = \{3\}$ ,  $(C \cap B) - A = \{5, 7\}$ ,  $A \cap B \cap C = \{3, 4\}$ ,  $A - B = \{0\}$ ,  $A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$  e  $C - B = \{1, 6\}$ , completa:



5. Dati gli insiemi  $A = \left\{\frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{11}{2}, \frac{7}{8}, \frac{25}{3}\right\}$ ,  $B = \left\{\frac{1}{4}, \frac{35}{40}, \frac{15}{12}, \frac{11}{3}, \frac{25}{4}\right\}$ ,  $C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 1\}$  e  $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 2\}$ , rappresenta per elencazione:

$$A \cap B = \left\{\frac{7}{8}, \frac{5}{4}\right\}$$

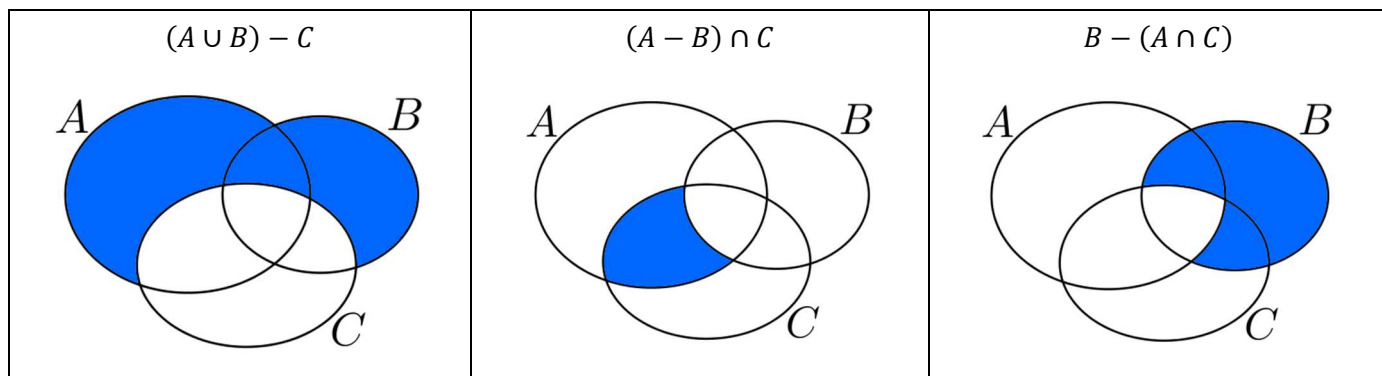
$$A \cup B = \left\{\frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{11}{2}, \frac{7}{8}, \frac{25}{3}, \frac{1}{4}, \frac{11}{3}, \frac{25}{4}\right\}$$

$$A - B = \left\{\frac{1}{3}, \frac{11}{2}, \frac{25}{3}\right\}$$

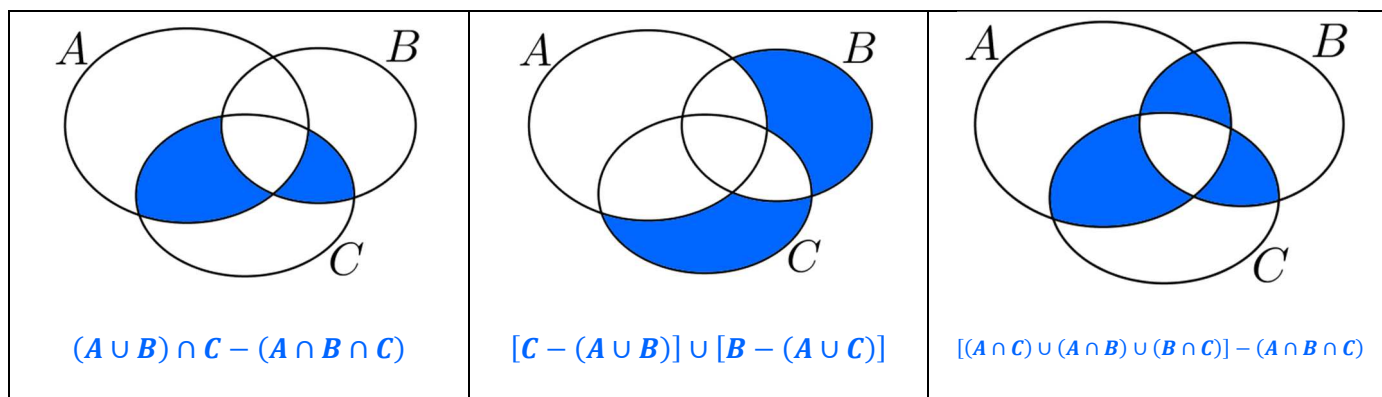
$$(A \cup B) \cap C = \left\{\frac{1}{3}, \frac{7}{8}, \frac{1}{4}\right\}$$

$$(A \cup B) \cap D = \left\{\frac{11}{2}, \frac{25}{3}, \frac{11}{3}, \frac{25}{4}\right\}$$

6. Colora, in ciascun disegno, la parte corrispondente all'insieme indicato:



7. Scrivi al di sotto di ciascuna figura un'espressione che esprima l'insieme colorato, per mezzo di unioni, intersezioni o differenze degli insiemi A, B e C.



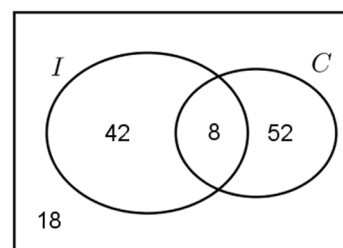
8. Siano  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 31\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$ . Quanti elementi ha l'insieme  $(A \cap B) \times (A - B)$ ?

L'insieme  $A \cap B$  ha 15 elementi, visto che gli elementi di A che sono pari sono 15 e l'insieme  $A - B$  ha 14 elementi (ovvero gli elementi dispari di A), perciò, facendo il prodotto tra 15 e 14, otteniamo: **210**

9. È stata effettuata una statistica su un gruppo di studenti universitari. È emerso che:

- a. 50 frequentano la biblioteca d'istituto e, fra questi, 42 non frequentano la biblioteca comunale;
- b. 60 frequentano la biblioteca comunale;
- c. 18 non frequentano né la biblioteca d'istituto, né la biblioteca comunale.

Quanti studenti costituiscono il gruppo intervistato? **120**



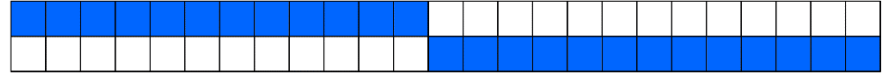
10. La famiglia Kangourou è stata in vacanza a Londra per alcuni giorni. Durante la vacanza, è piovuto in 15 diversi giorni, ma:

- a. mattine piovose sono sempre state seguite da pomeriggi asciutti;
- b. pomeriggi piovosi sono sempre stati preceduti da mattine asciutte;
- c. le mattine asciutte sono state in tutto 12 e i pomeriggi asciutti sono stati in tutto 13.

Quanti giorni è durata la vacanza?

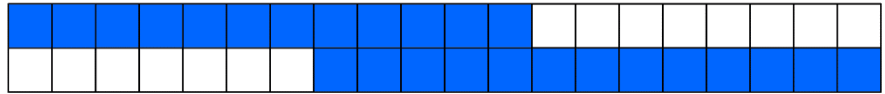
Kangourou della matematica – 18 marzo 2004 – Categoria Junior (quesito 17)

Rappresento su due righe diverse le mattine e i pomeriggi (le mattine nella riga superiore) e indico in azzurro le mattine asciutte e i pomeriggi asciutti.



Riportando le 12 mattine asciutte e i 13 pomeriggi asciutti, ottengo 25 giorni, ma in questo modo ci sono stati in totale 25 giorni di pioggia. Questo significa che ci saranno stati dei giorni in cui non avrà piovuto né al mattino né al pomeriggio. Perciò:

In questo modo, ci sono 15 giorni di pioggia, come stabilito dal testo e 5 giorni durante i quali non ha piovuto.



In altre parole, in totale ci sono stati **20 giorni** di vacanza.

11. Dopo aver attribuito il valore di verità alle proposizioni semplici, attribuisce il valore di verità alle proposizioni indicate:

p: "6 è la metà di 12"      q: "4 è divisore di 12"      r: "mcm(4, 12)=1"

$p$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$q$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$r$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>
$p \vee \bar{q}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$p \leftrightarrow r$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>	$q \wedge \bar{r}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$\bar{p} \wedge \bar{r}$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>	$\overline{p \vee \bar{r}}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$p \wedge (q \vee r)$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>

12. Completa inserendo al posto dei puntini «necessaria» o «sufficiente»:

Condizione **sufficiente** perché un numero sia divisibile per 4 è che sia divisibile per 8.

Condizione **necessaria** perché un numero sia primo è che non sia divisibile per 3.

Avere 8 in tutte le materie è condizione **sufficiente** per essere promossi.

Essere napoletani è condizione **sufficiente** per essere italiani.

13. Stabilisci il valore di verità delle seguenti proposizioni:

$\exists x \in \mathbb{N} \mid -1 < x < 1$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$\forall x \in \mathbb{Q}, 1 \cdot x = 1$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>
$\forall x \in \mathbb{Q}, -1 < x < 1$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>	$\exists x \in \mathbb{Q} \mid 0 + x = 0$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$\forall x \in \mathbb{Z},  x  > 0$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$\forall x \in \mathbb{N}, (x - 1) \in \mathbb{N}$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>

14. Considera i predicati:

$a(x)$ : "x è un numero naturale maggiore di -6 e minore di 4"

$b(x)$ : "x è un numero naturale divisore di 12"

Insieme di verità di  $a(x)$ :  $A = \{0, 1, 2, 3\}$

Insieme di verità di  $b(x)$ :  $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Insieme di verità di  $a(x) \vee b(x)$ :  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Insieme di verità di  $a(x) \wedge b(x)$ :  $A \cap B = \{1, 2, 3\}$

Insieme di verità di  $a(x) \wedge \bar{b}(x)$ :  $A \cap \bar{B} = A - B = \{0\}$

15. Dati i predicati:  $p(x): x + 4 < 0$        $q(x): x - 3 > 0$        $x \in \mathbb{Q}$  determina il valore di verità:

$p(-4) \vee q(-4)$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F	$p(-5) \wedge q(-4)$	<input type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F
$p(-4) \rightarrow q(4)$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F	$\overline{p(4) \wedge q(5)}$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F
$\overline{p(3)} \rightarrow q(5)$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F	$p(2) \vee \overline{q(4)}$	<input type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F

16. Nel Mercante di Venezia di Shakespeare, Porzia aveva tre scrigni, uno d'oro, uno d'argento e uno di piombo, e in uno c'era il suo ritratto. Il pretendente di Porzia doveva scegliere uno scrigno, e se fosse stato tanto fortunato (o tanto saggio) da scegliere quello con il ritratto, avrebbe avuto diritto alla mano di Porzia. Sul coperchio di ogni scrigno c'era un'iscrizione che aveva lo scopo di aiutare il pretendente a scegliere correttamente.

Supponiamo ora che Porzia desiderasse scegliere il proprio sposo non in base alla virtù, ma in base all'intelligenza. Fece incidere sugli scrigni le seguenti iscrizioni:

**Oro**

Il ritratto è in questo scrigno

**Argento**

Il ritratto non è  
in questo scrigno

**Piombo**

Il ritratto non è  
nello scrigno d'oro

Porzia spiegò al pretendente che di queste tre affermazioni, al massimo una era vera.

Quale scrigno avrebbe dovuto scegliere il pretendente?

Raymond M. Smullyan, «Qual è il titolo di questo libro?», 2008 RBA Italia

Le possibilità sono tre: vff      fvf      ffv

VFF: 1: Il ritratto è nello scrigno d'oro  
2: Il ritratto è nello scrigno d'argento  
3: Il ritratto è nello scrigno d'oro

Il ritratto sarebbe in due scrigni contemporaneamente: contraddizione!

FVF: 1: Il ritratto non è nello scrigno d'oro  
2: Il ritratto non è nello scrigno d'argento  
3: Il ritratto è nello scrigno d'oro

La prima e la terza affermazione sono in contraddizione!

FFV: 1: Il ritratto non è nello scrigno d'oro  
2: Il ritratto è nello scrigno d'argento  
3: Il ritratto non è nello scrigno d'oro

**Il ritratto è nello scrigno d'argento**