

1. Completa la seguente tabella (se l'insieme è infinito, elenca almeno sei elementi):

Rappresentazione in forma estensiva	Rappresentazione in forma intensiva
$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$	$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}, n \leq 5\}$
$B = \{0, 1\}$	$B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{2n}{n+2}, n \in \mathbb{N}, n \leq 5\right\}$
$C = \left\{0, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}\right\}$	$C = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{\sqrt{n}}{n+1}, n \in \mathbb{N}, n \leq 16\right\}$
$D = \left\{2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{6}, \frac{8}{7}, \frac{9}{8}, \frac{10}{9}, \dots\right\}$	$D = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{n+1}{n}, n \in \mathbb{N}^*\right\}$

2. Dati gli insiemi  $A = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $B = \{a, b\}$ ,  $C = \{c, d, e\}$ , stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono vere:

$\{b\} \subseteq B$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$\emptyset \in \mathcal{P}(A)$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$C_A B = C$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$\{c\} \in A$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>	$\emptyset \subset \{a, b\}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$C - A = \emptyset$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$B \subset A$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \cap B = B$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \cup B = B$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>
$d \in C$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$A \cap C = A$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$(B \cap C) \cup A = \emptyset$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>

3. Dato un insieme non vuoto A, deduci le caratteristiche dell'insieme X:

Se  $A \cap X = A$ ,  $X = A$

Se  $A \cap \emptyset = X$ ,  $X = \emptyset$

Se  $X \cap X = A$ ,  $X = A$

Se  $A \cup \emptyset = X$ ,  $X = A$

4. Sapendo che  $A \times A = \{(a; a), (a; b), (a; c), (b; a), (b; b), (b; c), (c; a), (c; b), (c; c)\}$ ,  $B \cap C = \{a, e\}$ ,  $B - A = \{e, i, o, u\}$ ,  $B \cup C = \{a, e, i, m, o, r, u\}$ , determina per elencazione:

$A = \{a, b, c\}$

$B = \{a, e, i, o, u\}$

$C = \{a, e, m, r\}$

$(A \cap B) - C = \emptyset$

$(A \cap C) - B = \emptyset$

5. Dati gli insiemi  $A = \{1, 2, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $C = \{3, 5, 7, 8, 9, 10\}$  e  $D = \{6, 8\}$ , rappresenta per elencazione:

$A \cap B \cap C = \emptyset$

$B \cap D = \{6, 8\} = D$

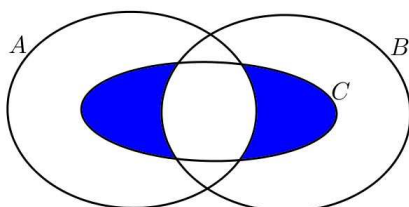
$D - C = \{6\}$

$C - (A \cup B) = \{7, 9\}$

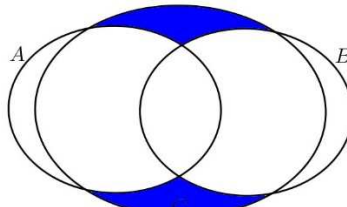
$(A \cup C) - D = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 10\}$

6. Colora, in ciascun disegno, la parte corrispondente all'insieme indicato:

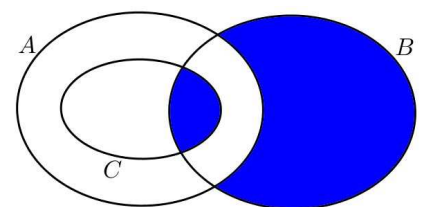
$[(A \cap C) - B] \cup [(B \cap C) - A]$



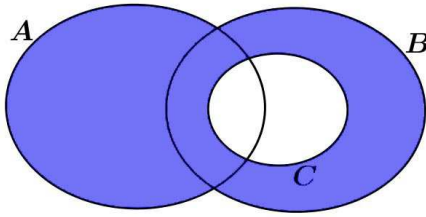
$C - (A \cup B)$



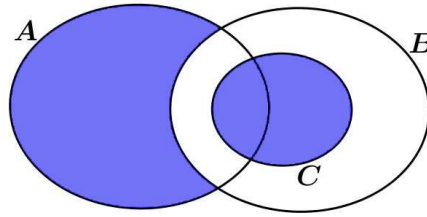
$(C \cap B) \cup (B - A)$



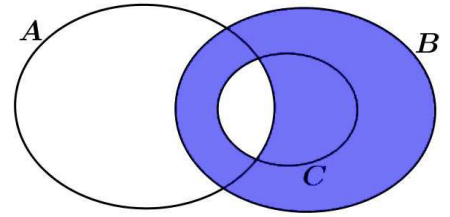
7. Scrivi al di sotto di ciascuna figura un'espressione che esprima l'insieme colorato, per mezzo di unioni, intersezioni o differenze degli insiemi A, B e C.



$$(A \cup B) - C$$

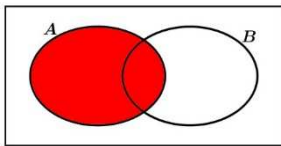


$$(A - B) \cup C$$

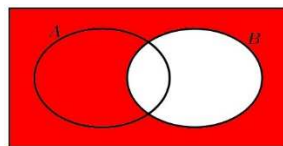


$$B - (A \cap C)$$

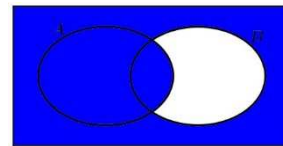
8. Verifica la seguente uguaglianza utilizzando i diagrammi di Venn:  $A \cup \bar{B} = \overline{B - A}$ .



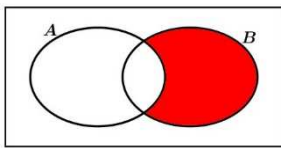
A



$\bar{B}$

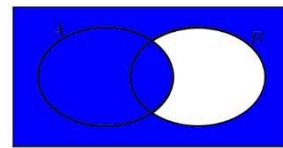


$A \cup \bar{B}$



$B - A$

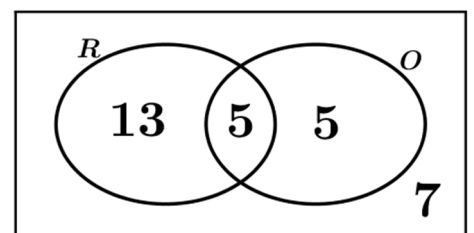
Facendo il complementare:



$\overline{B - A}$

9. Nella 1B ci sono 18 ragazze e 10 studenti che portano gli occhiali. Sapendo che i ragazzi che non portano gli occhiali sono 7 e che le ragazze che hanno gli occhiali sono 5, quanto sono gli alunni della classe?

Indico con R l'insieme delle ragazze, con O l'insieme degli studenti che portano gli occhiali e l'insieme universo è l'insieme della classe 1B: gli studenti maschi che non portano gli occhiali sono 7, perciò li inserisco nell'insieme universo, ma fuori dall'unione di R e O. Le ragazze che portano gli occhiali, cioè che sono nell'intersezione tra R e O sono 5, perciò le ragazze che non portano gli occhiali (essendo in totale le ragazze 18), sono 13. Gli studenti che portano gli occhiali sono in totale 10, perciò togliendo le cinque ragazze, ne restano 5. In altre parole, osservando il diagramma di Eulero-Venn a lato, il numero dei ragazzi della 1B è di **30**.

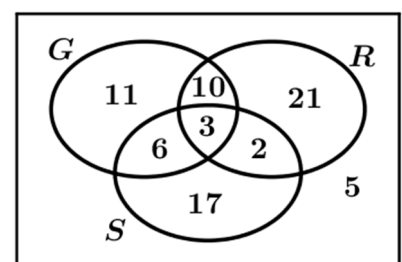


10. Nel corso di una giornata sono entrati in libreria 75 clienti e a parte 5 tutti hanno comprato qualcosa: tre hanno comprato un giallo, un romanzo rosa e un saggio; undici hanno comprato solo un giallo; ventuno hanno comprato solo un romanzo rosa; dieci hanno comprato un giallo e un romanzo rosa, ma non un saggio; i romanzi rosa venduti in totale sono stati trentasei; i gialli venduti in totale sono stati trenta.

Quanti clienti hanno comprato solo un saggio?  
 Quanti sono stati i saggi venduti?  
 Quanti libri sono stati venduti in totale?

Dal disegno a lato, completato con le informazioni fornite dal testo del problema, ricaviamo le risposte:

**17** hanno comprato solo un saggio, **28** sono stati i saggi venduti e, sommando i 28 saggi ai 36 romanzi rosa e ai 30 gialli, otteniamo **94** libri in totale.



11. Dopo aver attribuito il valore di verità alle proposizioni semplici, attribuisce il valore di verità alle proposizioni indicate:

$p$ : "6 è multiplo di 4"       $q$ : "0 è divisore di 8"       $r$ : "mcm(4, 12)=12"

$p$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$q$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$r$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$p \dot{\vee} \bar{q}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$p \leftrightarrow r$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$q \wedge \bar{r}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>
$\bar{p} \wedge \bar{r}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$\overline{p \dot{\vee} \bar{r}}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$p \wedge (q \vee r)$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>

12. Completa inserendo al posto dei puntini «necessaria» o «sufficiente»:

Condizione **necessaria** perché un numero sia divisibile per 10 è che sia divisibile per 5.

Condizione **necessaria** perché un poligono sia un quadrato è che sia un quadrilatero.

13. Se la porta è chiusa a chiave, allora Paolo è fuori casa.

Se è vera la precedente affermazione, quali (o quale) tra le seguenti affermazioni sono sicuramente vere?

- A. Se Paolo è in casa, allora la porta è aperta.
- B. Se Paolo è fuori casa, allora la porta è chiusa a chiave.
- C. Se la porta è aperta, allora Paolo è in casa.

Giustifica la tua risposta.

Supponiamo che la proposizione  $a$  sia la porta è chiusa a chiave e che la proposizione  $b$  sia Paolo è fuori casa.

Se la porta è chiusa a chiave, allora Paolo è fuori casa diventa:  $a \rightarrow b$

- A.  $\bar{b} \rightarrow \bar{a}$  è la contronominale di quella di partenza, perciò ha lo stesso valore di verità.
- B.  $b \rightarrow a$  è l'inversa, perciò ha diverso valore di verità, quindi falsa.
- C.  $\bar{a} \rightarrow \bar{b}$  è la contraria, perciò ha diverso valore di verità, quindi falsa.

In altre parole, l'affermazione sicuramente vera è la A.

14. Stabilisci il valore di verità delle seguenti proposizioni:

$\forall x \in \mathbb{N} \mid -1 < x < 1$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$\forall x \in \mathbb{Q}, 0: x = 0$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>
$\exists x \in \mathbb{Q}, -1 < x < 1$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>	$\exists x \in \mathbb{N}^* \mid 0 + x = 0$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>
$\forall x \in \mathbb{Z}, x \leq 0$	<input type="radio"/> <input checked="" type="radio"/>	$\exists x \in \mathbb{N}, (x - 1) \in \mathbb{N}$	<input checked="" type="radio"/> <input type="radio"/>

15. Considera i predicati:

$a(x)$ : "x è un numero naturale maggiore di -7 e minore di 3"

$b(x)$ : "x è un numero naturale divisore di 24"

Insieme di verità di  $a(x)$ :  $A = \{0, 1, 2\}$

Insieme di verità di  $b(x)$ :  $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

Insieme di verità di  $a(x) \vee b(x)$ :  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

Insieme di verità di  $a(x) \wedge b(x)$ :  $A \cap B = \{1, 2\}$

Insieme di verità di  $a(x) \wedge \bar{b}(x)$ :  $A \cap \bar{B} = A - B = \{0\}$

16. Dati i predicati:  $p(x): x + 4 \geq 0$        $q(x): x - 1 > 0$        $x \in \mathbb{Q}$  determina il valore di verità:

$p(-4) \vee q(-4)$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F	$p(-5) \wedge q(-4)$	<input type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F
$p(-4) \rightarrow q(4)$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F	$\overline{p(4) \wedge q(5)}$	<input type="radio"/> V <input checked="" type="radio"/> F
$\overline{p(3)} \rightarrow q(5)$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F	$p(2) \vee \overline{q(4)}$	<input checked="" type="radio"/> V <input type="radio"/> F

17. Tre esploratori vengono catturati e condannati a morte avendo però una possibilità di salvarsi. Vengono messi in fila indiana e a ciascuno viene messo in testa un cappello scelto tra cinque: tre bianchi e due neri. In questo modo l'ultimo della fila vede il cappello in testa ai primi due, quello in mezzo vede solo il cappello di quello davanti ed il primo non vede niente. Viene chiesto all'ultimo della fila di indovinare il colore del proprio cappello; questi risponde "non lo so" e viene giustiziato. Tocca quindi a quello in mezzo che, sentita la risposta del suo compagno, risponde anch'egli "non lo so" e viene a sua volta giustiziato. Tocca infine al primo della fila che, sentite le risposte dei compagni, determina con certezza il colore del proprio cappello e si salva. Di che colore era il cappello?

Se il terzo della fila non è in grado di rispondere, ciò significa che i primi due cappelli sono o entrambi bianchi o uno bianco e uno nero. Se, infatti, fossero stati entrambi neri, lui avrebbe potuto dire che il suo era bianco.

Perciò abbiamo tre possibilità: bianco-bianco, bianco-nero, nero-bianco. Se il secondo vedesse davanti a sé un cappello nero, saprebbe con certezza che il suo è bianco e quindi si salverebbe la vita.

Questo significa che il cappello del primo era **bianco**.