

1. Un fascio di protoni (massa $m = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, carica $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) è accelerato a partire dalla quiete mediante una differenza di potenziale $\Delta V_1 = 2647 \text{ V}$.

A. Calcola la velocità finale dei protoni nel fascio.

Per la conservazione dell'energia:

$$e \Delta V = \frac{1}{2} m v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2e \Delta V}{m}} = 7,120 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

- B. Per controllo, il fascio di protoni è fatto passare attraverso un selettore di velocità, realizzato con un condensatore piano le cui armature distano $d = 6,500 \text{ mm}$ e un campo magnetico uniforme di intensità $B_1 = 1,400 \cdot 10^{-2} \text{ T}$. Calcola la differenza di potenziale ΔV_2 che deve essere applicata alle armature, con il fascio non deflesso, per confermare la velocità calcolata in precedenza.

Perché la traiettoria non venga deflessa, il fascio deve essere sottoposto a una somma nulla di forze, ovvero la forza elettrica e la forza magnetica hanno stessa direzione e stesso modulo, ma verso opposto, perciò:

$$Ee = evB_1$$

Dal legame tra campo elettrico e potenziale:

$$\frac{\Delta V_2}{d} e = evB_1 \quad \Rightarrow \quad \Delta V_2 = dvB_1 = 64,79 \text{ V}$$

- C. All'uscita dal selettore di velocità il fascio entra in un secondo campo magnetico uniforme, di modulo $B_2 = 5,200 \cdot 10^{-2} \text{ T}$, perpendicolare alla velocità degli elettroni. Calcola il raggio della traiettoria seguita dagli elettroni all'interno di questo campo.

Nel caso in cui il fascio di protoni entri nel campo magnetico con una velocità perpendicolare al campo, la forza magnetica cui viene sottoposto il fascio agisce come una forza centripeta, determinando una traiettoria circolare. Uguagliando l'espressione generica della forza centripeta con il modulo della forza magnetica, possiamo determinare il raggio della traiettoria:

$$m \frac{v^2}{r} = evB_2 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{mv}{eB_2} = 14,30 \text{ cm}$$

- D. In seguito lo stesso campo magnetico è applicato con un angolo $\alpha = 60^\circ$ rispetto alla velocità iniziale del fascio. Calcola il nuovo raggio della traiettoria seguita dai protoni, il periodo di questo moto circolare e il passo dell'elica che ne risulta.

Scomponendo la velocità in una direzione perpendicolare e una parallela al campo magnetico, otteniamo due vettori:

- v_{\parallel} , in quanto parallela al campo magnetico, non determina nessuna forza magnetica, perciò determina un moto rettilineo uniforme;
- v_{\perp} , in quanto perpendicolare al campo magnetico, determina una forza magnetica massima, che agisce come una forza centripeta, determinando un moto circolare uniforme.

Componendo i due moti, otteniamo come traiettoria un'elica. Il raggio può essere determinato come nel caso precedente, ma considerando solo la componente della velocità ortogonale al campo magnetico, perciò:

$$r = \frac{mv_{\perp}}{eB_2} = \frac{mv \sin 60^\circ}{eB_2} = 12,38 \text{ cm}$$

Il passo dell'elica è la distanza percorsa dal fascio nella direzione parallela al campo magnetico nel tempo necessario a compiere una circonferenza completa, ovvero in un periodo T . Determiniamo innanzi tutto il periodo T :

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{eB_2} = \frac{2\pi m}{eB_2}$$

Perciò:

$$v_{\parallel} = \frac{\Delta s}{T} \quad \Rightarrow \quad \Delta s = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \frac{2\pi m}{eB_2} = v \cos 60^\circ \frac{2\pi m}{eB_2} = 44,92 \text{ cm}$$

2. Un Istituto di ricerca francese, NeuroSpin, ha messo a punto nel 2015 un magnete in grado di creare un campo magnetico di $11,7 T$.
- A. Il magnete non è un solenoide «normale». Supponi che il numero di spire per metro sia $1 \cdot 10^4$ e stima l'intensità della corrente necessaria per generare all'interno del solenoide un campo magnetico così intenso.

Dalla definizione di campo magnetico di un solenoide:

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} i \quad \Rightarrow \quad i = \frac{B}{\mu_0 \frac{N}{L}} = \mathbf{931 A}$$

- B. In effetti i cavi che formano il solenoide sono fatti di materiale superconduttore e mantenuti a temperature prossime allo zero assoluto. Stima la potenza che dissiperebbe per effetto Joule $1 m$ di normale cavo di rame di sezione $0,5 cm^2$ e resistività $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega m$.

Per definizione la potenza dissipata per effetto Joule è data da:

$$P = R i^2$$

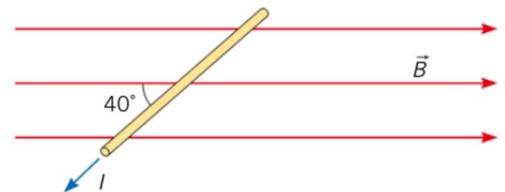
Per la seconda legge di Ohm, posso esprimere la resistenza in funzione della resistività:

$$P = R i^2 = \rho \frac{L}{S} i^2 = \mathbf{298 W}$$

- C. Immagina di poter inserire un cavo attraversato da una corrente di $450 mA$ all'interno del campo magnetico da $11,7 T$ come mostra la figura. Stabilisci modulo, direzione e verso della forza per unità di lunghezza che si esercita sul cavo.

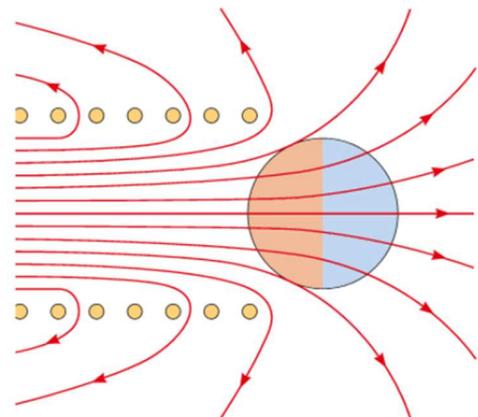
La forza ha direzione perpendicolare al foglio e verso uscente. Per determinarne il modulo:

$$F = i L B \sin 40^\circ \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{L} = i B \sin 40^\circ = \mathbf{3,38 N/m}$$



- D. Discuti le seguenti affermazioni, riferite alla situazione illustrata nella figura sotto, relativa a una superficie sferica immersa nel campo magnetico presente alle estremità del solenoide:
- il flusso del campo attraverso la sfera è nullo;
 - i flussi attraverso le semisfere rossa e blu sono uguali e opposti.

Il flusso del campo attraverso la sfera è nullo, perché per il teorema di Gauss per il magnetismo, il flusso del campo magnetico attraverso qualunque superficie chiusa è zero. Perciò, siccome a ogni linea di campo entrante nella sfera ne corrisponde sempre una uscente, è vero anche che i flussi attraverso le semisfere rossa e blu sono uguali e opposti.



3. Siano dati due fili. Il filo 1 ha lunghezza L e sezione circolare di diametro D . Il filo 2 è fatto dello stesso materiale del filo 1 e ha la stessa forma, ma la sua lunghezza è $2L$ e il suo diametro è $2D$. Determina il rapporto tra le due resistenze.

Per la seconda legge di Ohm, la resistenza del filo è data da:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Perciò posso determinare il rapporto tra le resistenze:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \frac{L_1}{A_1}}{\rho \frac{L_2}{A_2}} = \frac{L_1}{A_1} \cdot \frac{A_2}{L_2} = \frac{L}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} \cdot \frac{\pi \left(\frac{2D}{2}\right)^2}{2L} = \frac{D^2}{\frac{D^2}{4} \cdot 2} = 2$$

4. Una batteria che produce una differenza di potenziale V è collegata a una lampadina da $5 W$. In seguito la lampadina da $5 W$ è sostituita da una lampadina da $10 W$. In quale dei due casi la batteria fornisce la corrente più intensa? Quale lampadina ha la maggiore resistenza?

Per definizione, la potenza è data dal prodotto tra corrente e differenza di potenziale. Visto che la differenza di potenziale è sempre la stessa, raddoppiando la potenza, deve raddoppiare la corrente, perciò nel secondo caso la batteria fornisce una corrente più intensa, ovvero doppia della prima:

$$P = iV \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} P_1 = 5 W \\ P_2 = 10 W \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} i_1 = \frac{P_1}{V} \\ i_2 = \frac{P_2}{V} = \frac{2P_1}{V} = 2 \frac{P_1}{V} = 2i_1 \end{cases}$$

Per la legge di Ohm, la differenza di potenziale V è data dal prodotto tra resistenza e corrente, perciò visto che nel secondo caso la corrente è più intensa, dovrà essere più bassa la resistenza, che è quindi la metà:

$$V = iR \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} i_2 = 2 i_1 \\ R = \frac{V}{i} \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} R_1 = \frac{V}{i_1} \\ R_2 = \frac{V}{i_2} = \frac{V}{2 i_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V}{i_1} = \frac{1}{2} R_1 \end{cases}$$

5. Due lampadine identiche possono essere collegate a una batteria in serie o in parallelo. In quale collegamento le lampadine sono più luminose?

Se due lampadine di resistenza R sono collegate in serie, la loro resistenza equivalente è $2R$. Se sono collegate in parallelo, la loro resistenza equivalente è $R/2$. Posso determinare la potenza, data dal rapporto tra il quadrato della differenza di potenziale (uguale per entrambe, visto che sono collegate alla stessa batteria) e la resistenza equivalente:

$$P_p = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{V^2}{\frac{R}{2}} = 2 \frac{V^2}{R} \qquad P_s = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{V^2}{2R} = \frac{1}{2} \frac{V^2}{R} = \frac{1}{4} P_p$$

Siccome la potenza maggiore è quella delle lampadine collegate in parallelo, le lampadine più luminose sono quelle collegate in parallelo.

6. Indica quale corrente scorre attraverso la batteria del circuito rappresentato nella figura 1:

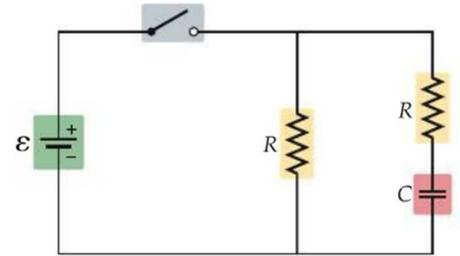
- A. immediatamente dopo la chiusura dell'interruttore;
 B. molto tempo dopo la chiusura dell'interruttore.

A. Appena chiuso l'interruttore, il condensatore è ancora scarico, quindi è come se non ci fosse. Le due resistenze sono quindi collegate in parallelo e la loro resistenza equivalente è pari a $R/2$. Per la legge di Ohm:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R}{2}} = \frac{2\mathcal{E}}{R}$$

B. Molto tempo dopo la chiusura dell'interruttore, il condensatore è carico, perciò nel secondo ramo del circuito non circola più corrente. Quindi è come se ci fosse solo la prima resistenza R e in tal caso la corrente sarebbe:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

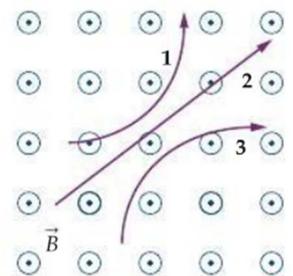


7. Tre particelle che attraversano una regione di spazio in cui il campo magnetico è diretto verso l'esterno della pagina si muovono lungo le traiettorie riportate nella figura 2. Per ognuna delle tre particelle, stabilisci se la carica è positiva, negativa o nulla.

Entrando in un campo magnetico con una velocità ad esso perpendicolare, la particella elettrica subisce una forza magnetica che agisce come forza centripeta, curvandone la traiettoria.

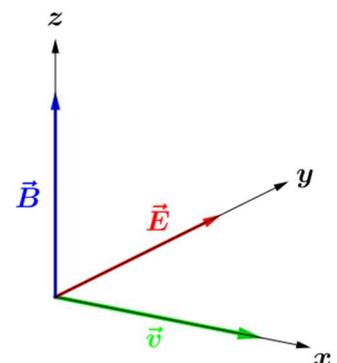
Applicando la regola della mano destra per determinare direzione e verso della forza magnetica, possiamo risalire al segno delle tre particelle:

1. La **particella 1 è negativa**, perché, per la regola della mano destra, la forza dovrebbe avere verso opposto;
2. La **particella 2 è neutra**, perché non risente di alcuna forza magnetica e infatti non viene deviata;
3. La **particella 3 è positiva**, per quanto detto al punto 1.



8. In un dispositivo chiamato selettore di velocità, le particelle cariche si muovono in una regione nella quale sono presenti sia un campo elettrico sia un campo magnetico. Se il modulo della velocità di una particella ha un determinato valore, la forza risultante su di essa è zero e quindi la particella non subisce alcuna depressione. Considera una particella carica positivamente che si muove nel verso positivo dell'asse x in presenza di un campo elettrico \vec{E} diretto nel verso positivo dell'asse y . Per ottenere una forza risultante nulla, come deve essere diretto il campo magnetico \vec{B} ?

Mettendo i vettori campo elettrico e velocità come indicato dal testo, noto innanzi tutto che la forza elettrica ha la stessa direzione e lo stesso verso del campo elettrico, trattandosi di una carica positiva. Per questo motivo, perché la particella non subisca alcuna depressione, la forza magnetica dovrà avere verso opposto rispetto alla forza elettrica, perciò dovrà essere diretta nel verso negativo dell'asse y . Perché la forza magnetica abbia questa direzione e questo verso, applicando la regola della mano destra, il campo magnetico dovrà essere diretto nel **verso positivo dell'asse z** .

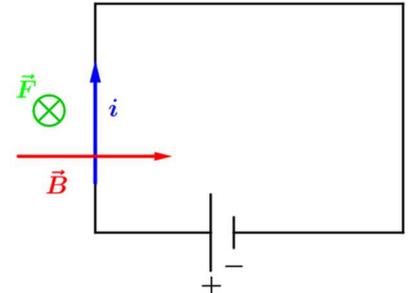


9. Chiudendo l'interruttore del circuito di figura 3, il filo che passa tra i poli del magnete a ferro di cavallo è deflesso verso il basso. L'estremo sinistro del magnete è un polo nord magnetico o un polo sud magnetico?

Osservando il circuito dall'alto:

- alla chiusura dell'interruttore, la corrente scorre in verso orario
- la forza che deflette il filo verso il basso agisce perpendicolarmente al foglio, con verso entrante
- perciò, applicando la regola della mano destra, il campo magnetico agisce da sinistra verso destra, perpendicolarmente alla corrente

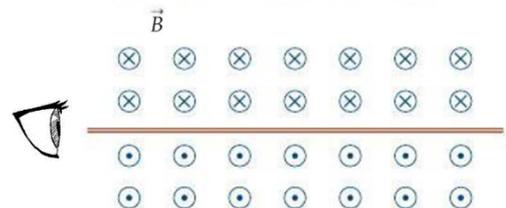
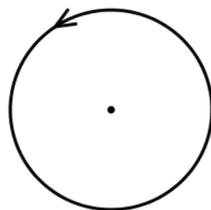
Questo significa che, siccome le linee di forza del campo magnetico vanno dal polo nord al polo sud, **il polo nord è a sinistra**.



10. Il campo magnetico mostrato nella figura 4 è generato da un filo orizzontale percorso da corrente. La corrente nel filo scorre verso destra o verso sinistra?

Le linee di forza del campo magnetico sono circonferenze concentriche con il centro sull'asse del filo e appartenenti a un piano perpendicolare al filo.

L'occhio vede il filo al centro e le circonferenze, che rappresentano le linee di forza del campo magnetico, in questo modo:



Applicando la regola della mano destra, con il pollice che segue il verso della corrente e le linee di campo magnetico indicate con le quattro dita, otteniamo che la corrente scorre **verso sinistra**.

11. Siano dati due solenoidi. Il primo ha lunghezza L e un numero $2N$ di spire. Il secondo ha lunghezza è $2L$ e numero di spire N . Qual è il rapporto tra i campi magnetici all'interno dei due solenoidi?

Il campo magnetico di un solenoide è dato dalla formula:

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} i$$

Il rapporto tra i campi magnetici è quindi:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\mu_0 \frac{2N}{L} i_1}{\mu_0 \frac{N}{2L} i_2} = \frac{2N}{L} \cdot \frac{2L}{N} \cdot \frac{i_1}{i_2} = 4 \frac{i_1}{i_2}$$

Nel caso in cui le correnti che scorrono nei due solenoidi siano uguali, il primo solenoide, con numero di spire doppio rispetto al secondo e lunghezza pari a metà di quella del secondo, genera un campo magnetico che è **quadruplo** rispetto al campo magnetico generato dal secondo solenoide.