

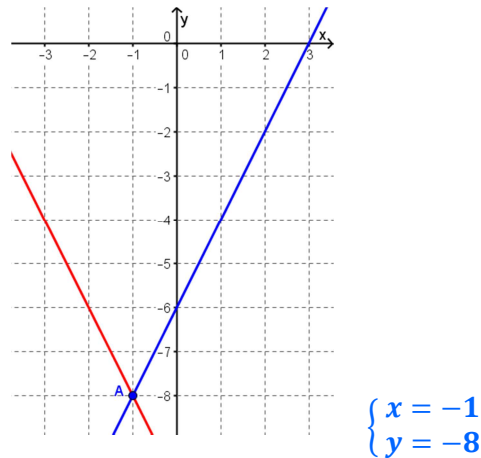
1. Dopo aver scritto in forma normale i seguenti sistemi lineari, stabilisci se sono determinati, indeterminati o impossibili.

$$\begin{cases} \frac{y+1}{3} + \frac{1}{2}x = 4 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{6}(x+y) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y \end{cases} \quad \begin{cases} 2y + 2 + 3x = 24 \\ 3x - x - y = 4x - 2y \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y = 22 \\ -2x + y = 0 \end{cases} \quad \frac{3}{-2} \neq \frac{2}{1} \quad \text{determinato}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{4}(x+y) = 2\left(x - \frac{5}{6}\right) + 2y \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x + 9y = 24x - 20 + 24y \\ x + y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 15x + 15y = 20 \\ x + y = 1 \end{cases} \quad \frac{15}{1} = \frac{15}{1} \neq \frac{20}{1} \quad \text{imp.}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4}(x-y) = x-y \\ 2x - 3y = 4(y-x) - x \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 4x - 4y \\ 2x - 3y = 4y - 4x - x \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 3y = 0 \\ 7x - 7y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \quad \text{indet.}$$

2. Risolvi graficamente il sistema:  $\begin{cases} 2x + y = -10 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$



3. Determina tre numeri, sapendo che sommandoli a due a due si ottiene rispettivamente 6, 9 e 11.

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x + z = 9 \\ y + z = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 6 - y \\ z = 9 - x = 3 + y \\ y + 3 + y = 11 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 7 \end{cases}$$

4. Trova due numeri sapendo che il rapporto tra la loro somma e la loro differenza è 5 e che, aggiungendo 6 al maggiore e sottraendo 4 al minore, si ottengono due numeri il cui rapporto è 3.

$$\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = 5 \\ \frac{x+6}{y-4} = 3 \end{cases} \quad \text{C.A.: } x \neq y \wedge y \neq 4 \quad \begin{cases} x + y = 5x - 5y \\ x + 6 = 3y - 12 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{3}{2}y \\ x = 3y - 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y - 18 = \frac{3}{2}y \\ x = \frac{3}{2}y \end{cases} \quad \begin{cases} 2y - 12 = y \\ x = \frac{3}{2}y \end{cases} \quad \begin{cases} x = 18 \\ y = 12 \end{cases}$$

5. Determina due numeri sapendo che la somma del reciproco del primo con il doppio del reciproco del secondo dà  $\frac{7}{6}$  così come la differenza tra il triplo del reciproco del primo e il reciproco del secondo.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{7}{6} \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = \frac{7}{6} \end{cases} \quad \text{Pongo: } \begin{cases} \frac{1}{x} = t \\ \frac{1}{y} = s \end{cases} \quad \begin{cases} t + 2s = \frac{7}{6} \\ 3t - s = \frac{7}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} t + 2s = \frac{7}{6} \\ 6t - 2s = \frac{7}{3} \\ \hline 7t = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \frac{1}{2} \\ s = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

6. Per quali valori dei parametri  $a$  e  $b$  risulta:  $\frac{2x-7}{x^2-x-2} = \frac{a}{x+1} - \frac{b}{x-2}$

$$\frac{2x-7}{(x+1)(x-2)} = \frac{a(x-2) - b(x+1)}{(x+1)(x-2)}$$

$$\frac{2x-7}{(x+1)(x-2)} = \frac{(a-b)x - 2a - b}{(x+1)(x-2)}$$

$$\begin{cases} a - b = 2 \\ -2a - b = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} a - b = 2 \\ 2a + b = 7 \\ 3a = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$$

7. Risolvi e discuti il seguente sistema:  $\begin{cases} 2x + y = a + 2 \\ ax + (a-1)y = 2a \end{cases}$

Applico il metodo di Cramer:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ a & a-1 \end{vmatrix} = 2a - 2 - a = a - 2$$

$$D_x = \begin{vmatrix} a+2 & 1 \\ 2a & a-1 \end{vmatrix} = a^2 + a - 2 - 2a = a^2 - a - 2 = (a-2)(a+1)$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & a+2 \\ a & 2a \end{vmatrix} = 4a - a^2 - 2a = -a^2 + 2a = -a(a-2)$$

Se  $a = 2$ :  $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$  *sistema indeterminato*

Se  $a \neq 2$ :  $\begin{cases} x = a + 1 \\ y = -a \end{cases}$

8. Enuncia il teorema delle tangenti.

I segmenti di tangente, condotti da un punto esterno a una circonferenza, sono congruenti. La semiretta che congiunge il punto da cui sono condotte le tangenti con il centro della circonferenza è bisettrice sia dell'angolo formato dalle tangenti, sia dall'angolo formato dai raggi che hanno un estremo nei punti di contatto ed è inoltre asse del segmento che congiunge i punti di contatto.