1. Completa la seguente tabella (se l'insieme è infinito, elenca almeno sei elementi):

Rappresentazione in forma estensiva	Rappresentazione in forma intensiva
$A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$	$\boldsymbol{A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3n, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 5\}}$
$\boldsymbol{B = \{0, 2, 3\}}$	$B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \dfrac{4n}{n+1}, n \in \mathbb{N}, n \leq 5\right\}$
$\boldsymbol{C = \left\{1, \dfrac{3}{2}, \dfrac{5}{3}, \dfrac{7}{4}, \dfrac{9}{5}, \dfrac{11}{6}, \dots\right\}}$	$C = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x = \dfrac{2n-1}{n}, n \in \mathbb{N}^*\right\}$
$D = \left\{\dfrac{2}{3}, \dfrac{3}{4}, \dfrac{4}{5}, \dfrac{5}{6}, \dfrac{6}{7}, \dfrac{7}{8}\right\}$	$\boldsymbol{D = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid x = \dfrac{n+1}{n+2}, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 6\right\}}$

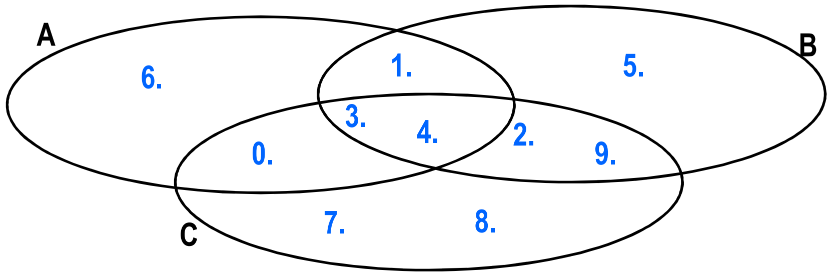
2. Dati gli insiemi A, B e C, formati rispettivamente dalle lettere delle parole "pasto", "tasto" e "asso", stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono vere:

$\{a\} \subseteq A$	V F	$a \in B$	V F	$\{asso\} \subseteq A$	V F
$C \subseteq A$	V F	$B \in A$	V F	$\{a\} \in A$	V F

3. In quale caso se A ha cinque elementi e B ha tre elementi, $A \cup B$ ha otto elementi?

Quando i due insiemi sono disgiunti

4. Sapendo che $(A \cap B) - C = \{1\}$, $(A \cap C) - B = \{0\}$, $(C \cap B) - A = \{2, 9\}$, $A \cap B \cap C = \{3, 4\}$, $A - B = \{0, 6\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$ e $C - B = \{0, 7, 8\}$, completa:



5. Dati gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ e $C = \{0, 1, 3, 5, 7\}$, rappresenta per elencazione:

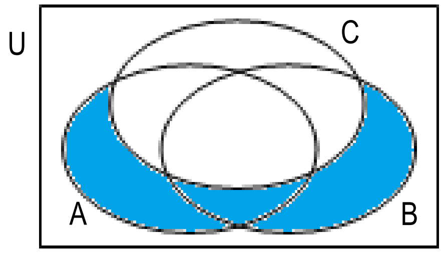
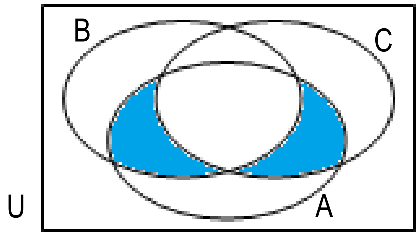
$A \cap B \cap C = \{\ \}$

$A \cup (B \cap C) = \boldsymbol{\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}}$

$(A \cap B) \cup (A \cap C) = \boldsymbol{A = \{1, 2, 3, 4, 5\}}$

$A \cup B \cup C = \boldsymbol{\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}}$

6. La parte colorata in figura è l'insieme:

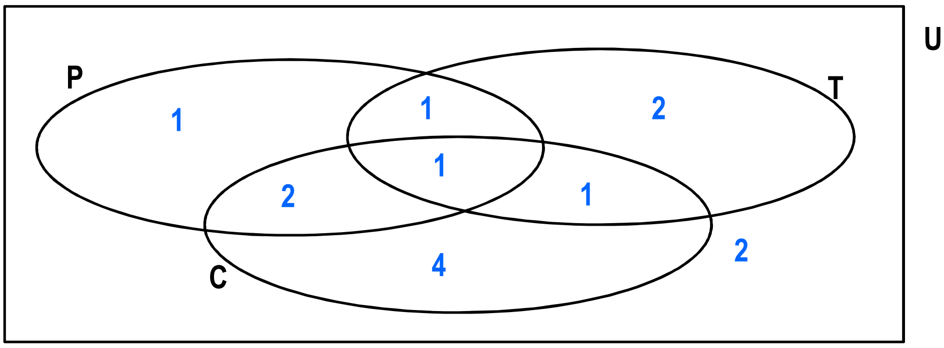
	$(A \cup B) - C$	**Ⓥ**	Ⓕ
	$(A - C) \cap (B - C)$	Ⓥ	**Ⓕ**
	$(A \cap B) \cup (A - C) \cup (B - C)$	Ⓥ	**Ⓕ**
	$(A - C) \cup (B - C)$	**Ⓥ**	Ⓕ
	$\bar{C} \cap (A \cup B)$	**Ⓥ**	Ⓕ
	$[(C \cap A) \cup (B \cap A)] - (B \cap C)$	**Ⓥ**	Ⓕ
	$[(C \cap A) - B] \cup [(B \cap A) - C]$	**Ⓥ**	Ⓕ
	$[(A \cap C) - (C \cap B)] \cup (A \cap B)$	Ⓥ	**Ⓕ**
	$(A \cap C) \cup (A \cap B)$	Ⓥ	**Ⓕ**
	$[(A \cap C) - (C \cap B)] \cup [(A \cap B) - C]$	**Ⓥ**	Ⓕ

7. Semplifica la seguente espressione: $\overline{\overline{\overline{(A \cup B)} \cap \overline{(A \cap B)}} \cap \bar{A}} - \bar{B})$.

$$\overline{\overline{\overline{(A \cup B)} \cap \overline{(A \cap B)}} \cap \bar{A}} - \bar{B}) = \overline{[(A \cup B) \cup (A \cap B)] - A} - \bar{B} = \overline{(A \cup B) - A} - \bar{B} = \overline{B - A} - \bar{B} = \overline{B \cap \bar{A}} - \bar{B} =$$

$$= (\bar{B} \cup A) \cap B = (\bar{B} \cap B) \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = \boldsymbol{A \cap B}$$

8. In una provincia ci sono quattordici campeggi. Di essi uno ha solo la piscina, uno ha solo la piscina e il campo da tennis, due solo il tennis, uno ha solo il tennis e il campo da calcio, quattro solo il campo da calcio, due solo il campo da calcio e la piscina. Due campeggi non hanno nessuno di questi impianti.



Cerca il numero dei campeggi che hanno:
il campo da calcio: **8**

la piscina: **5**

il campo da tennis: **5**

almeno un impianto: **12**

solo un impianto: **1**

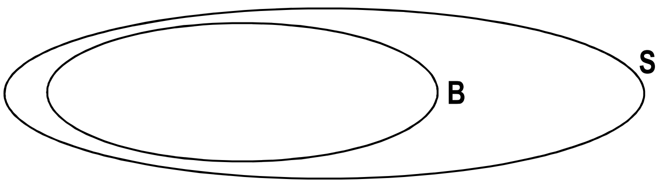
almeno due impianti: **5**

9. Dopo aver attribuito il valore di verità alle proposizioni semplici, attribuisci il valore di verità alle proposizioni indicate:

p: "5 è la metà di 12" q: "5 è divisore di 12" r: "mcm (5, 12)=1"

p	Ⓥ **Ⓕ**	q	Ⓥ **Ⓕ**	r	Ⓥ **Ⓕ**
$p \dot{\vee} \bar{q}$	**Ⓥ** Ⓕ	$p \leftrightarrow r$	**Ⓥ** Ⓕ	$q \wedge \bar{r}$	Ⓥ **Ⓕ**
$\bar{p} \vee \bar{r}$	**Ⓥ** Ⓕ	$\overline{p \dot{\vee} \bar{r}}$	Ⓥ **Ⓕ**	$p \wedge (q \vee r)$	Ⓥ **Ⓕ**

10. Se si afferma «ogni alunno bravo studia», quali delle seguenti frasi possono essere dedotte dall'affermazione fatta? (Aiutati con i diagrammi di Venn, indicando con B l'insieme degli alunni bravi e con S l'insieme degli alunni che studiano):



Se un alunno è bravo, allora studia	**Ⓥ** Ⓕ	Se un alunno studia allora è bravo	Ⓥ **Ⓕ**
Tutti gli alunni che studiano sono bravi	Ⓥ **Ⓕ**	Se un alunno non studia allora non è bravo	**Ⓥ** Ⓕ
Se un alunno non è bravo allora non studia	Ⓥ **Ⓕ**	Qualche alunno che studia non è bravo	**Ⓥ** Ⓕ
Ci possono essere alunni che studiano ma non sono bravi	**Ⓥ** Ⓕ		

11. Esprimi l'affermazione «Se un numero è divisibile per 15, allora è divisibile per 3» in termini di condizione necessaria e di condizione sufficiente.

Condizione sufficiente perché un numero sia divisibile per 3 è che sia divisibile per 15.
Condizione necessaria perché un numero sia divisibile per 15 è che sia divisibile per 3.

12. Considera i predicati:

$$a(x): \text{"}x \text{ è } un\ numero\ naturale\ maggiore\ di\ -1\ e\ minore\ di\ 7\text{"}$$
$$b(x): \text{"}x \text{ è } un\ numero\ naturale\ divisore\ di\ 6\text{"}$$

Qual è l'insieme universo? $\boldsymbol{U} = \mathbb{N}$

Insieme di verità di $a(x)$: A = $\{\mathbf{0,1,2,3,4,5,6}\}$

Insieme di verità di $b(x)$: B = $\{\mathbf{1,2,3,6}\}$

Insieme di verità di $a(x) \vee b(x)$: $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \boldsymbol{A} = \{\mathbf{0,1,2,3,4,5,6}\}$

Insieme di verità di $a(x) \wedge b(x)$: $\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B} = \{\mathbf{1,2,3,6}\}$

Insieme di verità di $a(x) \wedge \overline{b(x)}$: $\boldsymbol{A} \cap \overline{\boldsymbol{B}} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} = \{\mathbf{0,4,5}\}$

13. Stabilisci il valore di verità:

$\exists x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è } un\ numero\ primo$	**Ⓥ** Ⓕ
$\forall x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è } un\ numero\ primo$	Ⓥ **Ⓕ**
$\exists x \in \mathbb{N} \mid x \neq 1\ e\ x = M.C.D.(7,9)$	Ⓥ **Ⓕ**
$\exists x \in \mathbb{N} \mid x = m.c.m.(2,3)$	**Ⓥ** Ⓕ
$\forall x \in \{2,3\}, x \text{ è } divisore\ di\ 6$	**Ⓥ** Ⓕ

14. Dati i predicati: $\mathrm{p(x)}: \mathrm{x} + 4 = 0$ $\quad \mathrm{q(x)}: \mathrm{x}^2 - 16 = 0$ $\quad \mathrm{con\ x} \in \mathbb{Z}$ determina il valore di verità:

$p(-4) \vee q(-4)$	**Ⓥ** Ⓕ	$p(4) \wedge q(-4)$	Ⓥ **Ⓕ**	$p(4) \wedge q(4)$	Ⓥ **Ⓕ**
$p(-4) \rightarrow q(4)$	**Ⓥ** Ⓕ	$p(3) \rightarrow q(4)$	**Ⓥ** Ⓕ	$p(2) \vee \overline{q(4)}$	Ⓥ **Ⓕ**
$\overline{p(3)} \rightarrow q(5)$	Ⓥ **Ⓕ**	$\overline{p(4) \wedge q(5)}$	**Ⓥ** Ⓕ		

15. Rispondi alle seguenti domande:

a. Quali sono stati i due più grandi studiosi della logica nell'antica Grecia? Aristotele e Crisippo

b. A cosa ambiva Leibniz nella sua Ars combinatoria?

   Leibniz voleva rendere automatico un processo mentale, ambiva a risolvere le controversie con il calcolo.

c. George Boole: qual è stato il suo grande merito nell'ambito della logica?

   Ha riformulato algebricamente la logica di Aristotele e di Crisippo.

d. In cosa consiste il paradosso del barbiere? Prova a spiegarlo brevemente.

   Un barbiere aveva esposto un cartello fuori dal suo negozio, nel quale affermava di radere tutti coloro che non si radono da soli. La domanda è: il barbiere può radersi? Se non si rade da solo, allora dovrebbe radersi, ma se si rade da solo non dovrebbe radersi. In altre parole, è impossibile capire in quale insieme si trovi.

e. Turing e la sua "guerra" con Enigma. Spiega brevemente quale è stata la battaglia dei matematici durante la seconda guerra mondiale.

   Pochi sanno che durante la seconda guerra mondiale, la matematica ha vinto un'importante battaglia, grazie ai decifratori di codici che hanno saputo interpretare i messaggi codificati da Enigma.