1. L'equazione di un'onda trasversale in moto lungo una corda è data da:

$$y = (6{,}0\ cm)\sin[(4{,}0\ \pi\ rad/s)\ t + (0{,}020\ \pi\ rad/cm)\ x]$$

dove x e y sono espressi in centimetri e t in secondi. Dopo aver scritto la generica equazione dell'onda,

$$\boldsymbol{y = A\sin\left(2\pi f t \pm \frac{2\pi}{\lambda}x\right)}$$

Determina:

l'ampiezza: Dall'espressione generica dell'onda, l'ampiezza è $\boldsymbol{A = 6,0\ cm}$

la lunghezza d'onda: Partendo dalla generica equazione dell'onda: $\frac{2\pi}{\lambda} = 0{,}020\ \pi\ rad/cm \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{0{,}020\ \pi\ rad/cm} = \boldsymbol{1,0\ m}$

la frequenza: Partendo sempre dalla generica equazione dell'onda: $2\pi f = 4{,}0\ \pi\ rad/s \quad \Rightarrow \quad f = \frac{4{,}0\ \pi\ rad/s}{2\pi} = \boldsymbol{2,0\ Hz}$

la velocità: $v = \lambda f = \boldsymbol{2,0\ m/s}$

il verso di propagazione dell'onda: Il segno positivo all'interno della parentesi indica un **verso opposto** a quello dell'asse x

lo spostamento trasversale nel punto $x = 3{,}5\ cm$ quando $t = 0{,}26\ s$:

$$y = (6{,}0\ cm)\sin[(4{,}0\ \pi\ rad/s)\ 0{,}26\ s + (0{,}020\ \pi\ rad/cm)\ 3{,}5\ cm] = \boldsymbol{-2,0\ cm}$$

2. La massa lineare di una corda è $1{,}6 \cdot 10^{-4}\ kg/m$. Su di essa si propaga un'onda trasversale descritta da:

$$y = (0{,}021\ m)\sin[(30\ s^{-1})\ t + (2{,}0\ m^{-1})\ x]$$

A. Calcola la velocità di propagazione e la tensione della corda.
B. Se la tensione applicata viene raddoppiata, senza apprezzabili variazioni di lunghezza, qual è il rapporto tra la nuova velocità d'onda e quella vecchia?

$$\frac{m}{L} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\ kg/m \qquad A = 0{,}021\ m \qquad 2\pi f = 30\ s^{-1} \qquad \frac{2\pi}{\lambda} = 2{,}0\ m^{-1} \qquad v? \qquad T?$$

A. Dall'equazione dell'onda, ho ricavato alcuni dati, perciò: $v = \lambda f = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^{-1} \cdot 2\pi f = \boldsymbol{15\ m/s}$

Partendo dalla velocità dell'onda su una corda, posso determinare la tensione: $v = \sqrt{\frac{T}{m/L}} \quad \Rightarrow \quad T = v^2 \cdot \frac{m}{L} = \boldsymbol{0,036\ N}$

B. Se $T_2 = 2T_1$ posso determinare v_2/v_1: $\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{T_2}{m/L}}}{\sqrt{\frac{T_1}{m/L}}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \sqrt{\frac{2T_1}{T_1}} = \boldsymbol{\sqrt{2}}$

3. Un uomo colpisce con un martello una lunga barra di alluminio a una estremità. Una donna, all'altra estremità con l'orecchio vicino alla barra, sente il suono del colpo due volte (una attraverso l'aria e una attraverso la barra), con un intervallo tra i due di $0{,}12\ s$. La velocità del suono nella barra è 15 volte maggiore di quella in aria. Quanto è lunga la barra?

$$\Delta t_2 - \Delta t_1 = 0{,}12\ s \qquad v_1 = 15\ v_2 \qquad v_2 = 343\ m/s \qquad \Delta s?$$

Possiamo supporre che il suono si propaghi con velocità costante, perciò, secondo le leggi del moto rettilineo uniforme:

$$\Delta s = v_1 \cdot \Delta t_1 = v_2 \cdot \Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_2 = \Delta t_1 \frac{v_1}{v_2} = \Delta t_1 \frac{15\ v_2}{v_2} = 15\ \Delta t_1 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_2 - \Delta t_1 = 14\Delta t_1 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_1 = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{14}$$

$$\Delta s = v_2 \cdot \Delta t_2 = v_2 \cdot 15\ \Delta t_1 = \frac{15}{14} v_2(\Delta t_2 - \Delta t_1) = \boldsymbol{44\ m}$$

4. Due suoni differiscono di $1{,}00\ dB$ nel livello sonoro. Qual è il rapporto tra l'intensità maggiore e quella minore?

$$\beta_2 - \beta_1 = 1{,}00\ dB \qquad I_2/I_1?$$

Per definizione, il livello di intensità sonora è dato da: $\beta = 10\log\frac{I}{I_o}$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_o} - 10\log\frac{I_1}{I_o} = 10\log\left(\frac{I_2}{I_o} : \frac{I_1}{I_o}\right) = 10\log\frac{I_2}{I_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_2}{I_1} = 10^{\frac{\beta_2-\beta_1}{10}} = \mathbf{1,26}$$

5. L'antifurto di un'automobile parcheggiata emette un suono di frequenza pari a $960\ Hz$. La velocità del suono è di $343\ m/s$. Avvicinandoti, rilevi che la frequenza cambia di $95\ Hz$. Qual è la tua velocità?

$$f_S = 960\ Hz \qquad v = 343\ m/s \qquad f_R = 95\ Hz + f_S \qquad v_R?$$

Applicando la legge dell'effetto Doppler per il ricevitore che si avvicina alla sorgente, trovo la velocità richiesta:

$$f_R = f_S\left(1 + \frac{v_R}{v}\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{v_R}{v} = \frac{f_R}{f_S} - 1 \quad \Rightarrow \quad v_R = v\left(\frac{f_R}{f_S} - 1\right) = \mathbf{34\ m/s}$$

6. Un pipistrello volteggia in una caverna affidandosi ai suoi segnali ultrasonici. Assumiamo che emetta una frequenza di $39\ kHz$. Mentre si dirige verticalmente verso il soffitto dell'antro, la sua velocità è $0{,}025$ volte quella del suono in aria. Qual è la frequenza riflessa che egli riceve?

$$f_S = 39\ kHz \qquad v_S = 0{,}025\ v \qquad f?$$

Il moto del suono è composto da due parti:
Il suono va dal pipistrello alla parete, perciò si tratta di un effetto Doppler con sorgente in movimento, in avvicinamento al ricevitore:

$$f_R = f_S\frac{v}{v - v_S}$$

Il suono viene riflesso dalla parete e va verso il pipistrello. In questo caso, si tratta di un effetto Doppler con ricevitore in avvicinamento:

$$f = f_R\left(1 + \frac{v_S}{v}\right) = f_S \cdot \frac{v}{v - v_S} \cdot \frac{v + v_S}{v} = f_S\frac{v + v_S}{v - v_S} = f_S\frac{1{,}025\ v}{0{,}975\ v} = \mathbf{41\ kHz}$$

7. Hai due recipienti a temperatura differente: uno contiene neon e l'altro kripton. Nello stesso intervallo di tempo un'onda sonora percorre uno spazio doppio del neon rispetto al kripton. Tratta i due gas come gas ideali monoatomici. La massa atomica del neon è $20{,}2\ u$, mentre la massa atomica del kripton è $83{,}8\ u$. La temperatura del kripton è $293\ K$. Qual è la temperatura del neon?

$$\Delta s_N = 2\Delta s_K \qquad m_N = 20{,}2\ u \qquad m_K = 83{,}8\ u \qquad T_K = 293\ K \qquad T_N?$$

$\Delta s_N = 2\Delta s_K \quad \Rightarrow \quad v_N = 2v_K$, visto che la velocità è direttamente proporzionale allo spostamento.

La velocità del suono in un gas ideale è data dalla formula: $v = \sqrt{\gamma k \frac{T}{m}}$, $\gamma = C_P/C_V$ (in questo caso, potendo trattare i due gas come ideali e monoatomici, si semplificherà), mentre k è la costante di Boltzmann:

$$v_N = 2v_K \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\gamma k\frac{T_N}{m_N}} = 2\sqrt{\gamma k\frac{T_K}{m_K}} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_N}{m_N} = 4\frac{T_K}{m_K} \quad \Rightarrow \quad T_N = T_K\frac{4m_N}{m_K} = \mathbf{283\ K}$$