1. Il liquido contenuto all'interno di un serbatoio fuoriesce alla velocità di 8,2 m/s da un foro praticato vicino alla base del serbatoio. A che distanza dalla superficie libera del liquido si trova il foro?

Per il teorema di Torricelli:

$$v = \sqrt{2gh} \qquad \Rightarrow \qquad h = \frac{v^2}{2g} = \mathbf{3,4\ m}$$

2. Un tubo di un impianto per il trasporto idrico ha una portata di 1200 L/minuto. Il tubo ha un diametro di 12 cm (punto A) che va restringendosi sino a 9,0 cm (punto B). La pressione dell'acqua in A è di $3{,}5 \times 10^5\ Pa$, mentre in B vale $3{,}0 \times 10^5\ Pa$. Calcola il dislivello fra le due sezioni del tubo.

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = 1200\ L/min \qquad d_A = 12\ cm \qquad d_B = 9{,}0\ cm \qquad P_A = 3{,}5 \times 10^5\ Pa \qquad P_B = 3{,}0 \times 10^5\ Pa \qquad \Delta h?$$

Dalla portata posso ricavare la velocità nel punto A:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{Sl}{\Delta t} = S\frac{l}{\Delta t} = \pi r^2 v = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 v \qquad \Rightarrow \qquad v_A = \frac{\Delta V^*}{\Delta t} \cdot \frac{4}{d^2\pi}$$

Posso ricavare la velocità in B allo stesso modo o usando l'equazione di continuità:

$$\rho S_A v_A = \rho S_B v_B \qquad \Rightarrow \qquad v_B = v_A \frac{S_A}{S_B} = v_A \frac{\pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{d_B}{2}\right)^2} = v_A \frac{d_A^2}{d_B^2}$$

Per l'equazione di Bernoulli:

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_B \qquad \Rightarrow \qquad h_B - h_A = \frac{P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 - P_B - \frac{1}{2}\rho v_B^2}{\rho g} = \mathbf{4,8\ m}$$

$$^*\frac{\Delta V}{\Delta t} = 1200\ L/min = 1200\ dm^3/60\ s = 0{,}02\ m^3/s$$

3. Un tubo orizzontale di diametro 6,0 cm è percorso da acqua a velocità 3,0 m/s e pressione di $4{,}4 \times 10^6\ Pa$. Nel tubo è presente una strozzatura di diametro 12 mm. Calcola la velocità dell'acqua e la pressione nella strozzatura.

$$d_1 = 6{,}0\ cm \qquad v_1 = 3{,}0\ m/s \qquad P_1 = 4{,}4 \times 10^6\ Pa \qquad d_2 = 12\ mm \qquad v_2? \qquad P_2?$$

Posso ricavare la velocità v_2 usando l'equazione di continuità:

$$\rho S_1 v_1 = \rho S_2 v_2 \qquad \Rightarrow \qquad v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} = v_1 \frac{\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2}{\pi\left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = v_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = \mathbf{75\ m/s}$$

Per l'effetto Venturi:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad \Rightarrow \qquad P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \mathbf{1,6 \times 10^6\ Pa}$$

4. Due auto di massa 1500 kg stanno viaggiando alla velocità di 120 km/h in due direzioni tra di loro perpendicolari. Calcola il valore della quantità di moto di ciascuna auto e la quantità di moto totale.

$$m = 1500\ kg \qquad v_1 = v_x = 120\ km/h \qquad v_2 = v_y = 120\ km/h \qquad p_1? \qquad p_2? \qquad p_{tot}?$$

In entrambi i casi la quantità di moto vale:

$$p_1 = p_2 = mv = \mathbf{5{,}00 \times 10^4\ kg\ m/s}$$

Le due quantità di moto sono uguali in modo, ma cambia la direzione, l'una nella direzione dell'asse x, l'altra in quella dell'asse y.
Per determinare la quantità di moto totale, devo applicare il teorema di Pitagora, visto che le due direzioni sono perpendicolari:

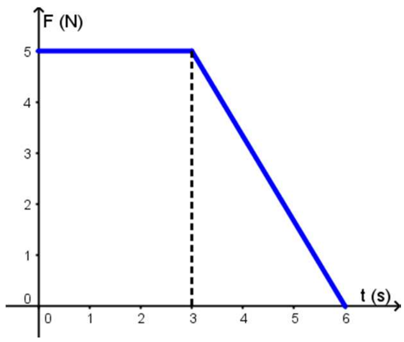
$$p_{tot} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \mathbf{7{,}07 \times 10^4\ kg\ m/s}$$

5. Una palla di massa 1,5 kg, inizialmente ferma, è sottoposta a una forza di direzione e verso costanti, ma di intensità variabile nel tempo, secondo il grafico a lato. Calcola la velocità della palla negli istanti di tempo $t_1 = 3{,}0\ s$ e $t_2 = 6{,}0\ s$.

$$v_o = 0\ m/s \qquad m = 1{,}5 \qquad kgt_1 = 3{,}0\ s \qquad t_2 = 6{,}0\ s \qquad v_1? \qquad v_2?$$

Per il teorema dell'impulso:

$$I = \Delta p$$



Nel primo tratto del grafico, l'impulso è dato dal prodotto tra forza e tempo, visto che la forza è costante:

$$Ft_1 = mv_1 - mv_o \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = \frac{Ft_1}{m} = \mathbf{10\ m/s}$$

Per determinare la seconda velocità, considero l'impulso come l'area sottesa dal grafico:

$$I_2 = mv_2 - mv_o \qquad \Rightarrow \qquad v_2 = \frac{I_2}{m} = \frac{(t_1 + t_2) \cdot F}{2\ m} = \mathbf{15\ m/s}$$

6. In una scena di un film western due pistoleri si affrontano. Uno dei due fa volare via il cappello dalla testa dell'altro con un colpo di pistola. Il proiettile ha una massa di 5,0 g e colpisce il cappello, di massa 200 g, con una velocità di 580 m/s. Immediatamente dopo essere stato attraversato dal proiettile, il cappello ha una velocità di 5,0 m/s.
   A. Calcola la quantità di moto totale del sistema formato da proiettile e cappello prima dell'urto.
   B. Calcola la quantità di moto totale del cappello dopo che è stato attraversato dal proiettile.
   C. Considera che, nel momento dell'urto, la quantità di moto totale del sistema si conserva e ricava la quantità di moto finale del proiettile.
   D. Calcola la velocità finale del proiettile.
   E. Calcola l'energia cinetica totale prima e dopo l'urto.

$m_1 = 5{,}0\ g \qquad m_2 = 200\ g \qquad v_1 = 580\ m/s \qquad v_{2f} = 5{,}0\ m/s \qquad p_i? \quad p_{2f}? \quad p_{1f}? \quad v_{1f}? \quad K_i? \quad K_f?$

A. Prima dell'urto il cappello è fermo, perciò la quantità di moto è data da:

$$p_i = m_1 v_1 = \mathbf{2{,}9\ kg\ m/s}$$

B.

$$p_{2f} = m_2 v_{2f} = \mathbf{1{,}0\ kg\ m/s}$$

C. Applicando il principio di conservazione della quantità di moto:

$$p_i = p_{2f} + p_{1f} \quad \Rightarrow \quad p_{1f} = p_i - p_{2f} = \mathbf{1{,}9\ kg\ m/s}$$

D. Dalla quantità di moto finale del proiettile, posso ricavare la sua velocità:

$$p_{1f} = m_1 v_{1f} \quad \Rightarrow \quad v_{1f} = \frac{p_{1f}}{m_1} = \mathbf{3{,}8 \times 10^2\ m/s}$$

E.

$$K_i = K_{1i} + K_{2i} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \mathbf{8{,}4 \times 10^2\ J} \qquad K_f = K_{1f} + K_{2f} = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = \mathbf{3{,}6 \times 10^2\ J}$$

7. In una gara di pattinaggio artistico, lui ha una massa di 70 kg, si corrono incontro con la stessa velocità di 4,0 m/s rispetto al suolo. Quando si incontrano, lui solleva lei dal suolo e proseguono con una velocità di 0,66 m/s nel verso iniziale di lui. Qual è la massa di lei?

$m_1 = 70\ kg \qquad v_1 = 4{,}0\ m/s \qquad v_2 = -4{,}0\ m/s \qquad v_f = 0{,}66\ m/s \qquad m_2?$

Si tratta di un urto totalmente anelastico, perciò si può applicare il principio di conservazione della quantità di moto:

$$p_i = p_f \quad \Rightarrow \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\, v_f$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_f + m_2 v_f \quad \Rightarrow \quad m_2 v_2 - m_2 v_f = m_1 v_f - m_1 v_1$$

$$m_2 \left(v_2 - v_f\right) = m_1 v_f - m_1 v_1 \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{m_1 v_f - m_1 v_1}{v_2 - v_f} = \mathbf{50\ kg}$$